



Thomas More Kempen
Lerarenopleiding campus Vorselaar
Bachelor in het onderwijs: secundair onderwijs
Lepelstraat 2, 2290 Vorselaar
Tel: +32 (0)14 50 81 60

Lesonderwerp

Van basis tot limiet: leerwerkboek getallen
Hoofdstuk 2: bewerkingen en problemen met gehele getallen.
2.3 ggd en kgv

Vakoverschrijdende eindtermen

De leerlingen dragen actief bij tot het realiseren van gemeenschappelijke doelen.
De leerlingen benutten leerkansen in diverse situaties.

Vormingsdoelen

De leerlingen ondervinden dat ze bepaalde dingen moeten leren zodat ze andere dingen sneller kunnen oplossen. Ze leren bijvoorbeeld eerst ontbinden in priemfactoren. Dit lijkt eerst weinig nut te hebben, maar daarna gebruiken we het om het kgv en ggd te berekenen.

Leerplan & Concrete lesdoelen

G15	Delers en veelvouden van een natuurlijk getal bepalen.	5
	V Natuurlijke getallen ontbinden in priemfactoren met beperking tot de factoren 2, 3, 5, 7 en 11.	
G17	De grootste gemeenschappelijke deler en het kleinste gemeenschappelijk veelvoud van twee of meer natuurlijke getallen berekenen.	
	E De grootste gemeenschappelijke deler en het kleinste gemeenschappelijk veelvoud van twee natuurlijke getallen bepalen door het vergelijken van rijen van delers, respectievelijk veelvouden.	
	V De grootste gemeenschappelijke deler en het kleinste gemeenschappelijk veelvoud van twee of meer natuurlijke getallen berekenen voor getallen die te ontbinden zijn met factoren 2, 3, 5, 7 en 11.	

- De leerlingen kunnen een getal ontbinden in priemfactoren
- De leerlingen kunnen de definitie van ggd formuleren.
- De leerlingen kunnen het ggd van twee getallen bepalen door opsomming van twee delers, uit het hoofd en door ontbinding van priemfactoren.
- De leerlingen kunnen zeggen wat het ggd is van twee onderling ondeelbare getallen.
- De leerlingen kunnen de definitie van het kgv formuleren.
- De leerlingen kunnen het kgv van twee getallen bepalen door opsomming van twee delers, uit het hoofd en door ontbinding van priemfactoren.

Leerinhoud (+ timing)	Methode	Materiaal
<p>Oriënteringsfase: (10.25-10.32)</p> <p>(10.32-10.35) Een priemgetal is een natuurlijk getal groter dan 1 dat juist twee delers heeft, namelijk zichzelf en 1.</p> <p>Priemgetallen onder 20: 2,3,5,7,11,13,17 en 19.</p>	<p>De leerlingen hebben de kans om vragen te stellen over de verbetering van de leerwandeling. (in functie van de toets)</p> <p>Goed, dan mogen jullie je boek nog even dicht laten, want we gaan even herhalen wat we vorige les gezien hebben over priemgetallen. Wie kan er mij nog eens de definitie van een priemgetal geven?</p> <p>We hebben ook een zeef opgesteld om alle priemgetallen tot 100 te kunnen vinden. We gaan de komende lessen alleen werken met priemgetallen onder de 20. Wie geeft die priemgetallen nog eens? Of wie geeft er mij al eens 1 priemgetal?</p>	
<p>Uitvoeringsfase: Verwerving:(10.35- 10.42) Ontbinden in priemfactoren</p> <p>$6 = 2 \cdot 3$</p> <p>$21 = 3 \cdot 7$</p>	<p>Nu kunnen we eender welk getal schrijven als een product van priemgetallen. Ik heb gezegd een product, dus welke bewerking moeten we dan uitvoeren? Een vermenigvuldiging</p> <p>Dus wat gaan we dan exact moeten doen? Priemgetallen vermenigvuldigen zodat we het getal bekomen. We noemen dat ontbinden in priemfactoren. We gaan dus een getal ontbinden, uit elkaar trekken, met priemfactoren.</p> <p>We beginnen met een eenvoudig voorbeeldje. Ik wil 6 schrijven als een product van priemgetallen. Wat ga ik dan doen? Welke twee priemgetallen moet ik dan vermenigvuldigen?</p> <p>Nog een eenvoudig voorbeeldje. Hoe bekom ik op dezelfde manier als daarjuist 21?</p>	

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

360		2
180		2
90		2
45		3
15		3
5		5
1		

We hebben nu telkens maar twee priemgetallen nodig gehad, maar het kan ook zijn dat je twee keer hetzelfde priemgetal nodig hebt en dat je een product van meer dan twee getallen moet maken.

Hoe kom ik aan 12 door te ontbinden in priemfactoren? Hoe kan ik 12 schrijven als een vermenigvuldiging van priemfactoren?

Nu hebben we vorige week ook gezien hoe we die $2 \cdot 2$ korter kunnen schrijven. Hoe kunnen we dat nog schrijven?

Hoe schrijven we 30 als product van priemfactoren?

Dit waren allemaal relatief kleine getallen. We kunnen dat ook doen voor grotere getallen. Dat gaan we dan niet meer in 1 keer doen, maar dan volgen we steeds dezelfde werkwijze.

We nemen het getal en zetten er een verticale streep naast. Dan nemen we het kleinste priemgetal waardoor het getal deelbaar is. Wat is het kleinste priemgetal waardoor 360 deelbaar is? $\rightarrow 2$

Dan zetten we 2 aan de andere kant van de streep. We delen nu 360 door 2. Wat krijgen we dan? Dat zetten we weer aan de linkerkant.

Dan kijken we weer naar onze priemgetallen en we stellen ons dezelfde vraag. Wat is het kleinste priemgetal waardoor we 180 kunnen delen? Wat krijgen we dan? Dit zetten we weer aan de linkerkant.

Zo gaan we verder.

Wat moet ik dan rechts schrijven?

We gaan verder tot we links 1 hebben staan. Dus door welk priemgetal moet ik nu delen?

<p>$360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$</p> <p>Verwerking: (10.42-10.50)</p> <p>$1152 = 2^7 \cdot 3^2$</p> <p>en</p> <p>$105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$</p> <p>en</p> <p>$4080 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17$</p> <p>Verwerving: (10.50- 11.05)</p> <p>ene helft van de klas</p> <p>$540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$</p> <p>$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$</p> <p>$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$</p> <p>$54 = 2 \cdot 3^3$</p> <p>Andere helft van de klas</p> <p>$55 = 5 \cdot 11$</p> <p>$110 = 2 \cdot 5 \cdot 11$</p> <p>$440 = 2^3 \cdot 5 \cdot 11$</p> <p>$880 = 2^4 \cdot 5 \cdot 11$</p>	<p>We hebben nu links 1 staan. Hoe gaan we dat nu noteren? We hebben daarstraks gezegd dat 12 gelijk is aan $2 \cdot 2 \cdot 3$ Aan wat is 360 dan gelijk?</p> <p>Hoe schrijven we dat nu korter?</p> <p>Probeer dat nu eens per twee voor de volgende drie getallen. Leerlingen zetten oef op bord.</p> <p>De klas wordt in twee groepen verdeeld. Ze moeten allemaal 4 getallen ontbinden in priemfactoren (per twee). Groep 1: 1 groot getal en drie delers ervan en groep 2: een getal en drie veelvouden ervan. Opdracht: Ontbind de volgende getallen nu eens in priemfactoren</p> <p>Wat zijn die 90,30 en 54 van 540? Delers Wat zijn 110, 440 en 880 van 55? Veelvouden</p> <p>Wat merk je op als je naar de priemfactoren kijkt van 90,30 en 54 en naar die van 540? → alle priemfactoren die in een deler van een getal voorkomen, komen ook in het getal zelf voor.</p> <p>Wat merk je op als je naar de priemfactoren van 55 kijkt en naar die van 110, 440 en 880? → alle priemfactoren die in een getal voorkomen, zullen ook voorkomen in een veelvoud van dat getal.</p>	
<p>Afrondingsfase: (11.05-11.15)</p>	<p>Exit -ticketje Leerlingen vullen een exit ticketje in. Pas als ze alles juist hebben mogen ze hun boeken wegdoen en mogen ze "vertrekken" uit de les.</p>	

<p>Oriënteringsfase: (11.15-11.45)</p>	<p>De leerlingen maken een toets over onderdeel 2.2</p>	
<p>Uitvoeringsfase: (11.45- 11.55) Ggd= de grootste gemeenschappelijke deler van twee getallen is het grootste natuurlijke getal dat een deler is van beide getallen.</p> <p>Ggd(6,9)= 3 → uit het hoofd</p> <p>Ggd(48, 72) → opsomming van delers</p> <p>$32 = 2^5$ $56 = 2^3 \cdot 7$</p>	<p>Jullie hebben in de lagere school al geleerd wat de grootste gemeenschappelijke deler van twee getallen is en wat het kleinst gemeenschappelijk veelvoud is. We beginnen met de grootste gemeenschappelijke deler. Wie vertelt mij nog eens wat dat is?</p> <p>Wat is de afkorting voor grootst gemeenschappelijke deler? Hoe ga je nu de ggd van 6 en 9 bepalen?</p> <p>Hoe gaan we dat doen als je de ggd van 48 en 72 moet bepalen?</p> <p>Nu hebben we dat ontbinden in priemfactoren gisteren niet voor niets geleerd. Dat kan je ook gebruiken om het ggd te vinden. Wat ga je dan doen? Wel je gaat beide getallen ontbinden in priemfactoren. Doe dat eens voor 32 en 56.</p> <p>Als we dat gedaan hebben kijken we eens naar de priemfactoren die de getallen gemeenschappelijk hebben. Welke priemfactoren hebben ze gemeenschappelijk?</p> <p>We nemen dat getal, dus 2, nu met zijn laagste exponent. Dus bij 32 zie je 2^5 staan en bij 56 zie je 2^3 staan. Welk getal heeft de laagste exponent?</p> <p>We bekomen dus dat de grootst gemeenschappelijke deler van 32 en 56 gelijk is aan 2^3. Dan moeten we dat nog even uitrekenen en dan kennen we het antwoord.</p> <p>Reken dat eens uit en vertel mij eens wat de grootst gemeenschappelijke delers is.</p>	

<ul style="list-style-type: none"> - uit het hoofd - delers opsommen - ontbinden in priemfactoren 	<p>Even alles nog eens op een rijtje. Welke methodes zijn er om de ggd te vinden?</p>	
<p>Afrondingsfase: (11.55-12.05) Oef 1 : a, f, j en l Oef 3: b en c</p>	<p>Om af te ronden mogen jullie oef 1 erbij nemen op p104. Probeer oefening a, f, j en l. Je mag kiezen welke methode je toepast. Oef 1 nog verbeteren; oef 3 verbeteren in volgende les En als je daarmee klaar bent, mag je oef 2: b en c maken.</p>	
<p>Oriënteringsfase: (13.50- 13.57)</p> <p>Ggd (60,84)= 12</p> <p>Ggd(70,105)= 35</p>	<p>Even herhalen van daarstraks. We doen dat door oefening 3 te verbeteren. (als ze er nog niet mee klaar waren, nog even de tijd om het af te maken)</p>	
<p>Uitvoeringsfase: ggd: (13.57-14.00)</p> <p>Onderling ondeelbare getallen hebben als ggd 1.</p> <p>Kgv: verwerving: (14.00- 14.14) kgv = het kleinste gemeenschappelijke veelvoud van</p>	<p>Nu kan de ggd van twee getallen ook gelijk zijn aan 1. Wat kunnen we dan zeggen over die getallen? Dat wil zeggen dat de getallen onderling ondeelbaar zijn. Probeer maar eens de ggd te zoeken van 18 en 25.</p> <p>Nu heb ik eens een denkvraagje. Er is een bepaalde groep (speciale) getallen waarbij alle getallen onderling ondeelbaar zijn. Over welke groep getallen heb ik het? (Ik kan nog enkele voorbeelden geven van deze getallen)</p> <p>Jullie hebben dus in de lagere school ook al gezien wat het kleinste gemeenschappelijke veelvoud is. Wie kan dat nog eens uitleggen? Hoe zat dat ook al weer?</p>	

<p>twee getallen, is het kleinste, van nul verschillende natuurlijk getal dat een veelvoud is van beide getallen.</p> <p>Kgv (6,9) = 18 → uit het hoofd</p> <p>Kgv(18,24)= 72 → opsomming veelvouden</p> <p>Kgv (132,300) = 3300 → ontbinden in priemfactoren</p> <p>$300 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$</p> <p>$132 = 2^2 \cdot 3 \cdot 11$</p> <p>Kgv = $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 11$</p> <p>$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ $280 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7$</p> <p>Kgv(280,360) = $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 2520$</p>	<p>Welke afkorting gebruiken we hier nu weer voor? Hoe kunnen we het kgv bepalen? Dit is gelijkaardig aan de werkwijzes voor ggd.</p> <p>Wat gaan we doen bij kleine getallen? Bijvoorbeeld het kgv van 6 en 9</p> <p>Welke methodes hebben we dan nog gezien bij ggd? we passen dit toe voor het kgv van 18 en 24.</p> <p>En dan tot slot het gebruiken van onze ontbinding in priemfactoren. Ontbind om te beginnen volgende getallen eens in priemfactoren. 300 en 132</p> <p>Nu gaan we niet enkel de gemeenschappelijke priemfactoren vermenigvuldigen, maar alle priemfactoren. We moeten alleen zien dat we niets dubbel nemen. Dus als er gemeenschappelijke priemfactoren zijn nemen we die priemfactor met de hoogste exponent. Zijn hier gemeenschappelijke priemfactoren? 2 en 3</p> <p>Welke exponent nemen we dn voor 2 en welke voor 3?</p> <p>Welke factoren moeten we dan allemaal vermenigvuldigen?</p> <p>Zoek nu zelf eens het kgv van 360 en 280.</p>	
--	--	--

<p>De ggd van twee getallen kan nooit groter zijn dan het kleinste van de twee getallen.</p> <p>Het kgv van twee getallen kan nooit kleiner zijn dan het grootste van de twee getallen.</p> <p>Verwerking: (14.14-14.34)</p> <p>Oef 2: a,f,j,k oef 4: a,c en e</p> <p>Oef 5, oef 6, oef 7</p>	<p>Ik heb hier nog twee zinnnetjes waar jullie eens over moeten nadenken. Vul de zinnnetjes eens aan.</p> <p>De leerlingen lossen deze oefeningen per 2 op. Ze controleren het aan de hand van een correctiesleutel</p> <p>De leerlingen verbeteren met correctiesleutel. Als ze nog niet klaar zijn maken ze het af tegen volgende les. Dit wordt in het begin van de les gecontroleerd.</p>	
<p>Afrondingsfase: (14.34-14.40)</p>	<p>Slimste mens quiz. rooster → IIn moeten in groepjes van 4 proberen om ter eerste de verbanden te vinden.</p>	

Bordplan