

Lesvoorbereiding

Student: Lien Hamels		☒ Stage-oefenles
3 Baso B tel. 04 79 33 26 71		☐ Proefles
E-mail: r0484164@student.thomasmore.be		☐ Observatie
Datum stage:	14/11/2016	Uur: 11.15 – 12.05
School:	Sint-Pieterinstituut	
Klassengroep:	3Web	Aantal lln.: 23 leerlingen
Lokaal:	D110	Vak: Wiskunde
Mentor:	P. Lourdon	Docent: Dhr. Fons Michiels
Datum stage:	15/11/2015	Uur: 9.20 – 10.10
School:	Sint-Pieterinstituut	
Klassengroep:	3Web	Aantal lln.: 23 leerlingen
Lokaal:	D110	Vak: Wiskunde
Mentor:	P. Lourdon	Docent: Dhr. Fons Michiels
Datum stage:	17/11/2016	Uur: 11.15 – 12.05
School:	Sint-Pieterinstituut	
Klassengroep:	3Web	Aantal lln.: 23 leerlingen
Lokaal:	D110	Vak: Wiskunde
Mentor:	P. Lourdon	Docent: Dhr. Fons Michiels
Datum stage:	18/11/2016	Uur: 8.25 – 10.10
School:	Sint-Pieterinstituut	
Klassengroep:	3Web	Aantal lln.: 23 leerlingen
Lokaal:	D110	Vak: Wiskunde
Mentor:	P. Lourdon	Docent: Dhr. Fons Michiels
Datum stage:	21/11/2016	Uur: 11.15 – 12.05
School:	Sint-Pieterinstituut	
Klassengroep:	3Web	Aantal lln.: 23 leerlingen
Lokaal:	D110	Vak: Wiskunde
Mentor:	P. Lourdon	Docent: Dhr. Fons Michiels

Lesonderwerp

Ontbinden in factoren

Boek: Delta Nova 3a (leerweg 5) p.73 – 77 & p.91 - 94

Bronnen

Arts, M., De Coster, A., Levrier, J., Meesschaert, R., Soete, O., Vande Keere, W., . . . Willem, M. (2007). *WP+ 3.3: getallenleer (4 lestijden) - reële functies, analytische meetkunde*. Mechelen: Wolters Plantyn.

Aspee, M.-J., Decock, G., Delagrang, N., Rubben, J., & Van Hijfte, J. (2011). *Nieuwe Top - 3.4 getallenleer (leerplan D - leerwerkboek)*. Mechelen: Plantyn N.V.

Elias, L., Verniers, T., De Wilde, L., De Wilde, N., & Deloddere, N. (2009). *Delta Nova 3a - leerweg 5*. Mechelen: Plantyn nv.

Vandepitte, H., Verstraete, K., Putzeys, E., Holemans, E., & Grieten, D. (2012). *MATRIX wiskunde*. Kalmthout: Pelckmans uitgeverij.

Beginsituatie

Voorkennis

2009/003 - LP Wiskunde 1e gr A-stroom VVKSO

- G52-E - De formules voor de merkwaardige producten $(a + b)^2$ en $(a + b)(a - b)$ kennen, verklaren en toepassen.
- G53-E - Eenvoudige veeltermen ontbinden in factoren door gebruik te maken van:
 - de distributiviteit van de vermenigvuldiging t.o.v. de optelling;
 - de formules voor de merkwaardige producten: $(a + b)(a - b)$ en $(a + b)^2$.

De algemene klassfeer

Deze klas wil graag meewerken, maar ze is ook praatgraag. Streng en consequent optreden is nodig in deze klas. Deze klas moet niet meer recht blijven staan naast hun bank, ook komen ze meteen naar de klas. Er zijn geen leerlingen die extra aandacht vereisen.

Aanwezig materiaal

- Krijtbord
- Krijt
- Beamer
- Computer
- Luidspreker

Klasopstelling

Vakoverschrijdende eindtermen

- De leerlingen blijven, ondanks moeilijkheden, een doel nastreven.
→ Als 1 bepaalde weg niet werkt kunnen ze een andere optie proberen.
- De leerlingen gedragen zich respectvol.

Vormingsdoelen

Voorbereidende waarde van wiskunde

Ontbinden in factoren is een vaardigheid die leerlingen heel hun verdere wiskundige carrière nodig gaan hebben. Deze moet dus zeer goed aangebracht worden.

Leerplan & Concrete lesdoelen

Leerplandoelen

2002/047/4u - LP Wiskunde 2e gr ASO VVKSO - 4 u

- G35 - Een veelterm ontbinden in factoren door gebruik te maken van
 - de distributieve eigenschap;
 - merkwaardige producten;
 - groepering van termen.
- V1 - Rekenvaardigheid, o.m.
 - het vlot rekenen met getallen (zowel hoofdrekenen, cijferrekenen als rekenen met een rekenmachine);
 - het rekenen met formules en algebraïsche vormen;
 - het oplossen van vergelijkingen, ongelijkheden, stelsels, ...;
 - het voorspellen en inschatten van de grootte-orde van een resultaat;
 - het gebruik van ICT-hulpmiddelen bij het uitvoeren van berekeningen.
- A7 - Zin voor nauwkeurigheid en orde, o.m.
- een houding van gecontroleerd uitwerken en terugkijken op uitgevoerde opdrachten.
- A9 - Kritische zin, o.m.
 - de ervaring dat bewijsvoeringen in wiskunde belangrijk en noodzakelijk zijn;
 - een kritische houding tegenover de eigen berekeningen, beweringen, handelingen, ...;
 - een reflectieve houding ten aanzien van gemaakte keuzen voor representatie en oplossingstechnieken;
 - een kritische houding tegenover de mogelijkheden en de beperkingen van het gebruik van wiskunde;
 - i.h.b. een kritische houding tegenover het gebruik van statistiek in de media.
- A10 - Zelfvertrouwen, zelfstandigheid, doorzettingsvermogen en doelmatigheid bij het aanpakken van
- problemen en opdrachten.

Concrete doelen

- De leerlingen kunnen de definitie van ontbinden in factoren geven en uitleggen in eigen woorden.
- De leerlingen kunnen de eerste techniek van ontbinden in factoren geven, uitleggen in eigen woorden en toepassen in oefeningen.
- De leerlingen kunnen merkwaardige producten opschrijven en toepassen.
- De leerlingen kunnen de tweede techniek van ontbinden in factoren geven, uitleggen in eigen woorden en toepassen in oefeningen.
- De leerlingen kunnen de derde techniek van ontbinden in factoren geven, uitleggen in eigen woorden en toepassen in oefeningen.
- De leerlingen kunnen de algemene werkwijze voor het ontbinden in factoren geven en toepassen in oefeningen.
- De leerlingen kunnen zelfstandig een leer-pad volgen en deze zelfstandig verbeteren.

Werkpunten

Door zenuwen en onzekerheid kan ik slordig worden/onzeker. Ik ga dit proberen te voorkomen door me eerst en vooral extra goed voor te bereiden. Ook ga ik op zoek naar een manier om om te gaan met mijn onzekerheid. Zo kan ik deze slordigheid grotendeels voorkomen.

Les 1: 14/11/2016 (50 minuten): 11.15 – 12.05

Leerinhoud (+ timing)	Methode	Materiaal
Inleiding 11.15 – 11.20 $20(3a + 2c) = 60a + 40c$ $(2a + b)^2 = 4a^2 + 4ab + b^2$ $3a^2(4a - b^3) = 12a^3 - 3a^2b^3$ $2a(9a + b^2 - 3c^2) = 18a^2 + 2ab^2 - 6ac^2$ $(-a^2 - b^3)(a^2 - b^3) = -a^4 + b^6$	- De leerkracht stelt zichzelf voor. - Naamkaartjes uitdelen. - De leerkracht schrijft de verschillende bewerkingen op het bord. Beide leden apart. (Zie bijlage 1 voor de verdere vormgeving) De leerlingen moeten linker en rechterlid aan elkaar koppelen. (als ze een combinatie hebben gevonden komen ze deze twee bewerkingen verbinden op het bord (zoals in bijlage 1). → Dit hebben ze gedaan door het linker-lid uit te werken. De leerkracht haalt aan dat we de volgende lessen andersom zullen werken. Van het rechter, naar het linker-lid. Dit begrip kennen ze al: Ontbinden in factoren. - Agenda: - o Test: ontbinden in factoren: 21/11 (4^e lesuur)	- Bord - Krijt - Naamkaartjes - Bijlage 1
Ontdekking begrippen + techniek 1 11.20 – 11.25 zie bijlage p.2 – begrippen - Een veelterm ontbinden in factoren betekent dat je de veelterm schrijft als een product van factoren.	Op het bord staan een aantal voorbeelden van bewerkingen. OLG: - Wat zijn de eerste bewerkingen die je ziet? - o Som en verschil. - Hoe noemen we de aparte delen binnen een som of een verschil? - o Termen - Wat zijn de andere bewerkingen ernaast? - o Een product en een deling - Hoe noemen we deze aparte delen van de bewerking. - o Factoren. - Hoe werken we normaal gezien binnen een bewerking? Kijk naar het voorbeeld. - o We werken het product uit.	- Bijlage 1 - Bord - Krijt

	- Daarnet vertelde ik dat we bewerkingen nu in de andere richting gaan oplossen. (Leerkracht duidt aan met pijlen) We gaan met andere woorden de factoren opnieuw 'maken'. Daarom noemen we deze techniek 'ontbinden in factoren'. - Definitie ontbinden in factoren wordt uitgelegd en op het bord geschreven. - Het eerste voorbeeld wordt behandeld. Dit is de inleiding voor de eerste techniek: het afzonderen van de gemeenschappelijke factor. → De leerkracht schrijft dit op het bord.	
Techniek 1 inoefenen 11.25 – 11.50 Zie bijlage 1 p.2-3 – oefeningen boek p.74 <u>Oef 47</u> 1,2,3,4,5,6,7 (extra: 8,9,10) <u>Oef 48</u> 1 (extra 2)	De voorbeelden op p.74 worden klassikaal gemaakt. Daarna gaan de leerlingen zelf aan de slag. Men maakt de extra oefeningen pas als men klaar is met de andere oefeningen (en als ze na controle in het boek juist zijn). Het gaat hier enkel over oefening 47. Deze wordt klassikaal verbeterd door de antwoorden op het bord te schrijven. Enkel bij onduidelijkheden zal er verder ingegaan worden op een oefening. Oef 48 1 proberen de leerlingen eerst zelf te maken. (2 minuten) hierna wordt deze klassikaal gemaakt. Indien er tijd over is krijgen de leerlingen tijd om oef 48, 2 te maken.	- Bord - Krijt - Handboek - Bijlage 1
Techniek 2 ontdekken 11.50 – 11.55 Bijlage 1: p.4 – techniek 2 Oef 48 (1,2)	De laatste oefening heeft al te maken met de volgende techniek om veeltermen te ontbinden in factoren. - Wat herkennen jullie in deze oefeningen? - o Merkwaardige producten - Welke merkwaardige producten kennen jullie al? (begrippen worden aangebracht door de leerkracht) - o Toegevoegde tweeterm - o Kwadraat van een tweeterm - Deze zien er als volgt uit. Er is 1 verschil met de normale schrijfwijze van deze merkwaardige producten. Wat? - o Het linker- en rechter-lid zijn omgewisseld. - Dat klopt, waarom is dit zo?	- Bord - Krijt - Handboek - Bijlage 1

	○ Omdat we ontbinden in factoren. Dat is werken van het linker-lid naar het rechter-lid. - We gaan deze merkwaardige producten gebruiken om beter te kunnen ontbinden in factoren.	
Techniek 2 inoefenen aan de hand van voorbeelden 11.55 – 12.00 Bijlage 1: p.4 - voorbeelden	De leerkracht maakt de voorbeelden samen met de leerlingen aan het bord om de techniek in te oefenen.	- Bord - Krijt - Handboek - Bijlage 1
Herhaling technieken 12.00 – 12.05 Techniek 1: Ontbinden in factoren door gemeenschappelijke factoren af te zonderen. Techniek 2: Ontbinden in factoren door gebruik te maken van merkwaardige producten.	De leerkracht herhaalt met de leerlingen de twee eerste technieken van het ontbinden van een veelterm in factoren.	- Bord - Krijt - Bijlage 1

Bordplan

Ontbinden in factoren
LES 1

①

$$\begin{array}{l}
 20 \cdot (3a + 2c) \\
 4a^2 + 4ab + b^2 \\
 60a + 40c \\
 2a(30 + b^2 - 3c^2) \\
 (-a^4 + b^3) \\
 (2a + b)^2 \\
 3a^2(4a - b^3) \\
 18a^2 + 2ab^2 - 6ac^2 \\
 0(-a^2 - b^3)(a^2 - b^3) \\
 12a^2 - 3a^2b^3
 \end{array}$$

een veelterm ontbinden in factoren betekent dat je de veelterm schrijft als een product van factoren.

techniek 1: afzonderen gemeenschappelijke factor

techniek 2: gebruik maken van merkwaardige producten

som / verschil $\rightarrow$ termen
 product $\rightarrow$ factoren
 uitwerken $\rightarrow$ termen
 in factoren $\rightarrow$ factoren

4+5	$a+b$
20-3	$a-b$
4 \cdot 5	$a \cdot b$
20 : 5	$a : b$

$$10(x+y) = 10x + 10y$$

$$(a+b)(b+c) = ab + ac + b^2 + bc$$

voorbeeld

oef 47 1) $\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}y = \sqrt{3}x + \sqrt{3} \cdot 2y = \sqrt{3}(x + 2y)$

4) $a \cdot (a+2) + 5(a+2) = (a+2)(a+5)$

oef 47 2) $\sqrt{7}(x-1)$

3) $\sqrt{2}xyz \cdot (3+4xyz)$

5) $(3a-2)(4a-3b)$

7) $(3a+4)(4a-5)$

8) $(x+1)(8-y)$

9) $(x+1)(1-x)$

oef 47 2, 3, 5, 6, 7

oef 48 1

extra: * oef 47 8, 9, 10
* oef 48 extra

$$\text{a) 48 1) geg: } x^2 - y^2 = \sqrt{8}$$

$$x - y = \sqrt{2}$$

$$\text{gev: } x + y$$

$$\text{oplossing: } x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

$$\sqrt{8} = \sqrt{2}(x + y)$$

$$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = (x + y) = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$$

$$2) 3x + y = -2\sqrt{3} \text{ of } 2\sqrt{3}$$

$$4x^2 - 11 = (2x)^2 - (\sqrt{11})^2$$

$$= (2x - \sqrt{11})(2x + \sqrt{11})$$

$$16a^4 - (a^2 - b)^2 = (4a^2)^2 - (a^2 - b)^2$$

$$= (4a^2 + a^2 - b)(4a^2 - a^2 + b)$$

$$= (5a^2 - b)(3a^2 + b)$$

$$25x^2 + 102y + y^2 = (5x)^2 + 2 \cdot 5 \cdot xy + y^2$$

$$= (5x + y)^2$$

$$x^2y^4 - 4xy^2z^3 + 4z^6 = (xy^2)^2 - 2xy^2 \cdot 2z^3 + (2z^3)^2$$

$$= (xy^2 - 2z^3)^2$$

meetsaandige
producten

$$(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$$

$$A^2 + 2AB + B^2 = (A+B)^2$$

$$A^2 - 2AB + B^2 = (A-B)^2$$

Les 2: 15/11/2016 (50 minuten): 9.20 – 10.10

Leerinhoud (+ timing)	Methode	Materiaal
Inleiding 9.20 – 9.25 - Een veelterm ontbinden in factoren betekent dat je de veelterm schrijft als een product van factoren. - Techniek 1: Ontbinden in factoren door gemeenschappelijke factoren af te zonderen. - Techniek 2: Ontbinden in factoren door gebruik te maken van merkwaardige producten. - o Toegevoegde tweeterm - o Kwadraat van een tweeterm Zie bijlage 2: p.1 - begrippen	De leerkracht herhaalt de begrippen, die aangeleerd werden in de vorige les, met de leerlingen. Deze komen ook op het bord.	- Bord - Krijt - Bijlage 2
Techniek 2 inoefenen aan de hand van oefeningen. 9.25 – 9.45 Bijlage 2 p. 1 – 2 – oefeningen Handboek p.75 – 76 <u>Oef 49</u> 1,7 samen 2,3,4,6,8 (extra: 5,9,10)	De leerlingen maken eerst oefening 49 (1,7) samen met de leerkracht aan het bord. Daarna gaan ze de techniek inoefenen door de oefening op het bord zelfstandig te maken. De leerlingen kijken deze oefeningen ook zelfstandig na door de oplossingen in het boek te gebruiken. De oplossingen worden nadien op het bord geschreven om te controleren of elke leerling de oefening begrepen heeft. Daarna maakt de leerkracht samen met de leerlingen oefening 50 1a als er nog tijd over is. Dit is vooral een	- Krijt - Bord - Handboek - Bijlage 2

<u>Oef 50</u> 1 samen 2	demonstratieve oefening om te laten zien hoe dit werkt. Dit is geen oefening die op de test kan komen.	
Het samenbrengen van techniek 1 en techniek 2 9.45 – 9.50 Zie bijlage 2: p.3	De leerkracht lost de oefening samen met de leerlingen op het bord op.	- Bord - Krijt - Bijlage 2 - Handboek
Ontdekken van techniek 3 9.50 – 9.57 Zie bijlage 2: p.3 – techniek 3	De leerlingen sluiten hun boek. De leerkracht schrijft de opgave op het bord: $ax + by + bx + ay$ De leerlingen ontbinden deze veelterm in factoren met behulp van een onderwijs-leergesprek.	- Bord - Krijt - Bijlage 2
Inoefenen van de techniek aan de hand van voorbeelden. 9.57 – 10.05 Zie bijlage 2: p.3 – techniek 3	De leerkracht schrijft de 2 opgaven op het bord. De leerlingen proberen deze zelf te maken. Leerlingen die klaar zijn mogen op zoek gaan naar een andere manier om de tweede opgave te ontbinden. Na enkele minuten lost de leerkracht de twee oefeningen klassikaal op. De leerkracht herhaalt dat	- Bord - Krijt - Bijlage 2
Afronding 10.05 – 10.15 - Herhaling van de technieken Zie bijlage 2: p.4 – technieken - Afrondende oefening p.76: oef 50 (2) Zie bijlage 2: p.4 – afrondende oefening	De leerkracht herhaalt de verschillende technieken klassikaal. Als er nog voldoende tijd rest maakt de leerkracht klassikaal de afrondende oefening met de leerlingen.	-

Bordplan

ontbinden in factoren: LES 2

Een veelterm ontbinden in factoren betekent dat je de veelterm schrijft als een product van factoren.

techniek 1: afzonderen gemeenschappelijke factor.

techniek 2: Gebruik maken van merkwaardige producten.

$$A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$$

$$A^2 + 2AB + B^2 = (A+B)^2$$

$$A^2 - 2AB + B^2 = (A-B)^2$$

techniek 3: groeperen van termen.

Oef 49

$$1) x^2 - 3 = (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$$

$$7) 4x^2 + 20xy + 25y^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot xy + (5y)^2 = (2x + 5y)^2$$

$$2) (3a^3 - 2\sqrt{2})(3a^3 + 2\sqrt{2})$$

$$3) (2x - \sqrt{5})(2x + \sqrt{5})(4x^2 + 5)$$

$$4) x(x - 6y)$$

$$6) (3a - 5b)^2$$

$$8) 2(x+3y)^2$$

$$5) 2 - (x+y)(3x+y)$$

$$9) (\sqrt{5}t + \sqrt{2})^2$$

$$10) (\sqrt{6}x - y^3)$$

Oef 50

$$1) \sqrt{2}x + 2x = \sqrt{2}x + \sqrt{2}\sqrt{2}x = \sqrt{2}x(1 + \sqrt{2})$$

$$2) \sqrt{2}y + 2y = \sqrt{2}x + \sqrt{2}\sqrt{2}x = \sqrt{2}x(1 + \sqrt{2})$$

$$4x^4 - 144 = 4x^4 - 4 \cdot 36 = 4(x^2)^2 - 36 = 4(x^2 + 6)(x^2 - 6) = 4(x^2 + 6)(x + \sqrt{6})(x - \sqrt{6})$$

$$\text{techniek 3: } ax + by + bx + ay = a(x+y) + b(x+y) = (x+y)(a+b)$$

$$ax + by + bx + ay = x(a+b) + y(b+a) = (a+b)(x+y)$$

$$4x^4 - 4x^2 - 9x + 9 = 4x^3x - 4x^2 - 9x + 9 = 4x^3(x-1) - 9(x-1) = (x-1)(4x^3 - 9)$$

$$2x - 2y - xz + yz = 2(x-y) - z(x-y) = (x-y)(2-z)$$

Oef 49 2, 3, 4, 6, 8

opgave: Oef 49: 5, 9, 10

$$1) 4x^4 - 4x^2 - 9x + 9$$

$$2) 2x - 2y - xz + yz$$

②

Q150

geg: $\sqrt{2}x + 2x + \sqrt{2}y + 2y = 3\sqrt{2} + 6$

gev: $x + y$

planung: $\begin{aligned} \sqrt{2}x + 2x + \sqrt{2}y + 2y &= 3\sqrt{2} + 6 \\ &= 3\sqrt{2} + 3 \cdot 2 \end{aligned}$

$$\Updownarrow$$
$$\sqrt{2}(x+y) + 2(x+y) = 3(\sqrt{2} + 2)$$

$$\Updownarrow$$
$$(x+y)(\sqrt{2} + 2) = 3(\sqrt{2} + 2)$$

$$\Updownarrow$$
$$x+y = \frac{3(\sqrt{2} + 2)}{(\sqrt{2} + 2)} = 3$$

Les 3: 17/11/2016 (50 minuten): 11.15 – 12.05

Leerinhoud (+ timing)	Methode	Materiaal
Inleiding 11.15 – 11.20 De 3 technieken van het ontbinden van een veelterm in factoren. Zie bijlage 3: p.1 – 3 technieken	De leerkracht herhaalt de gebruikte technieken met de leerlingen. De leerkracht zegt dat men nu zal beginnen met het inoefenen van de derde techniek, daarbij kan je de andere technieken ook gebruiken.	- Bord - Krijt - Bijlage 3
Inoefenen techniek 3 11.20 – 11.30 Zie bijlage 3: p. 1 – 2 – techniek 3 inoefenen Handboek p.76 <u>Oef 51</u> (1,2,3,4,5,6) extra: 7,8,9,10	De eerste oefening: oef 51 (1) wordt klassikaal opgelost. Hierna werken de leerlingen zelfstandig de oefeningen af. Men controleert telkens de oplossing aan de hand van de verbeter sleutel op het einde van het handboek. Als leerlingen sneller klaar zijn werken zij aan de extra oefeningen. De antwoorden komen op het bord, enkel als een leerling er om vraagt zal er dieper op de werkwijze ingegaan worden.	- Bord - Krijt - Bijlage 3 - Handboek
Aanbrengen algemene werkwijze voor het ontbinden in factoren 11.30 – 11.35 Zie Bijlage 3 p.2 – algemene werkwijze voor het ontbinden in factoren	○ Nu we de belangrijkste technieken van het ontbinden in factoren kennen gaan we kijken hoe je het best een oefening op ontbinden in factoren oplost. ○ De leerkracht overloopt de regels in de juiste volgorde. ○ Het is belangrijk om telkens als je 'klaar' bent, heel de werkwijze nog eens te overlopen. Het kan zijn dat je nog een mogelijkheid tot ontbinden in factoren over het hoofd hebt gezien. ○ Vergeet ook zeker niet in het begin het aantal termen te tellen. Vanaf 4 termen gebruik je eerst techniek 3 om gemeenschappelijke factoren zichtbaar te maken.	- Bord - Krijt - Bijlage 3 - Handboek

Inoefenen van algemene werkwijze voor het ontbinden in factoren aan de hand van voorbeelden. 11.35 – 11.40 Zie bijlage 3 p.2 - Voorbeelden	De leerkracht maakt klassikaal de twee voorbeelden. Dit gebeurt stap voor stap, systematisch, volgens de geziene werkwijze.	- Bord - Krijt - Bijlage 3 - Handboek
Inoefenen van algemene werkwijze voor het ontbinden in factoren aan de hand van oefeningen. 11.40 – 12.00 Zie bijlage 3 p.3 -4 Handboek p.77 <u>Oef 52</u> 1,2,3,5,6,7 <u>Oef 53</u> <u>Extra</u> - o <u>Oef 52</u> 8 - o $8p^2 - 32q^2$	De leerlingen maken de oefeningen zelfstandig. (Net zoals de vorige lessen.) De oplossing wordt op het bord gezet. Oef 53 wordt klassikaal opgelost, maar leerlingen mogen deze al proberen op te lossen.	- Bord - Krijt - Bijlage 3 - Handboek
Taak: Enkele oefeningen thuis maken. 12.00 – 12.05 Bijlage 4 – taak ontbinden in factoren)	Jullie krijgen een taak mee tegen morgen, het is zeker niet veel. Het zijn 3 oefeningen over wat we vandaag gezien hebben. Ik wil kunnen zien of iedereen alles goed begrepen heeft, zo kan ik nog helpen vóór de test. Maak dit dus allemaal tegen morgen af.	- Taken

Bordplan

ontbinden in factoren: LES 3

①

een veelterm ontbinden in factoren betekent dat je de veelterm schrijft als een product van factoren.

techniek 1: afzonderen gemeenschappelijk factor.

techniek 2: gebruik maken van merkwaardige producten.

$$\begin{aligned} (A-B)(A+B) &= A^2 - B^2 \\ A^2 + 2AB + B^2 &= (A+B)^2 \\ A^2 - 2AB + B^2 &= (A-B)^2 \end{aligned}$$

techniek 3: groeperen in termen

oef 51

$$1) ax + a + bx + b = a(x+1) + b(x+1) = (x+1)(a+b)$$

$$2) (1+2b)(1+a+b)$$

$$3) (1+a+b)(1+2b)$$

$$4) (y+z)(x-z)$$

$$5) (1+y)(1-x)$$

$$6) (x+2)(x^2+9)$$

$$7) (x^2+y)(x+y^2)$$

$$8) (\sqrt{3}-x)(1+y^2)$$

$$9) (1-4a)(1+5a^2)$$

$$10) (a-3b)(a+2)$$

oef 51

2, 3, 4, 5, 6

extra: oef 51 (7, 8, 9, 10)

voorbeelden

$$\begin{aligned} -x^5 - 4x^3 - 4x &= -x(x^4 + 4x^2 + 4) \\ &= -x((x^2)^2 + 2 \cdot 2x^2 + 2^2) \\ &= -x(x^2 + 2)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 25x^2 - 40xy + 16y^2 - 25z^2 \\ &= 25(x^2 - z^2) - 4y(10x - 4y) \\ &= 25(x-z)(x+z) - 4y(10x - 4y) \end{aligned}$$

oef 52

$$1) 4a^2(1-2b)(1+2b)$$

$$2) (x-a)(x+a)(x+b)$$

$$3) -(y+z)(2x+y+z)$$

$$6) (\sqrt{2}-x)(\sqrt{2}+x)(1+x^2)(1+x^4)$$

$$4) (x+2)x(x-1)$$

$$8) x(x+1)(x-2y^2-x^2)$$

$$5) 3(3xy-1)^2$$

$$8p^2 - 32q^2 = 8(p+2q)(p-2q)$$

oef 53

$$\begin{aligned} a^2 + a - b^2 - b &= a - b + (a^2 - b^2) \\ &= (a-b) + (a-b)(a+b) \\ &= (a-b)(1+(a+b)) \end{aligned}$$

oef 52 (1, 2, 3, 5, 6, 7)

oef 53

extra: oef 52 & 8
 $8p^2 - 32q^2$

algemeen wenkjes

1. gemeenschappelijke factoren afzonderen
2. $A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$
3. $A^2 + 2AB + B^2 = (A+B)^2$
 $A^2 - 2AB + B^2 = (A-B)^2$
4. Als een veelterm meer dan 3 termen bevat, probeer dan termen te groeperen om een gemeenschappelijke factor zichtbaar te maken.
5. Ontbind zo ver mogelijk.

Les 4 + 5: 18/11/2016 (100 minuten): 8.25 – 10.10

Leerinhoud (+ timing)	Methode	Materiaal
Inleiding 8.25 – 8.35 Zie bijlage 5 p.1 – inleiding leer-pad	De leerlingen geven de taak die ze moesten maken tegen vandaag af. De leerkracht deelt ondertussen de bundels uit. De leerkracht overloopt nog even wat voor de test gekend moet zijn. - P.73 – 77 - P.91 -92 - P. 94 (oefening 102) → oefeningen die te kennen zijn vind je in de bundel. De extra oefeningen kan je gebruiken om te oefenen. De leerkracht overloopt de werkwijze en regels van het leer-pad. De leerkracht geeft nog een aantal tips om het beste uit de oefeningen te halen. Daarna starten de leerlingen.	- Bundels - Taken - Bord - Krijt
Midden 8.35 – 10.00 Zie bijlage 5 & 6	De leerlingen volgen het leer-pad aan de hand van de bundel, het handboek en hun schrift. De leerkracht begeleidt leerlingen met vragen en zorgt er voor dat elke leerling het beste uit het leer-pad haalt. om 9.15: 5 minuten pauze (tot de bel).	- Bundels - Handboek - Schrift
Afronding 10.00 – 10.10 Zie bijlage 5	De leerkracht zet de opgave voor de afrondende opdracht op het bord. De leerlingen maken de opdracht individueel. Als ze denken de code te weten steken ze hun hand op. Beurtelings mogen de leerlingen naar voor komen om de code van de kluis te proberen. Als het juist is kunnen ze een kleine gadget nemen uit de kluis als 'prijs'. Als een leerling de code heeft gekraakt mag hij of zij zijn spullen nemen en wachten tot de bel gaat. De leerkracht vraagt in die tijd aan de leerlingen wat ze vonden van de manier van werken tijdens deze les.	- Bord - Krijt - Gadgets - Kluis

Bordplan

Ontbinden in
factoren:
LES 4 & 5

leerpad

Start aan het
begin van het leerpad
en volg heel goed
de instructies.

plaats voor opmerkingen

$$a^3 - 256b^3$$

laatste cijfer = a

$$3x^2 - 12y^2$$

eerste cijfer = b

$$128 - 160x + 50x^2$$

tweete cijfer = c

$$36xy + 18x^2 - 48y - 27x$$

derde cijfer = d

code: a, b, c, d

Les 6: 21/11/2016 (50 minuten): 11.15 – 12.05

Leerinhoud (+ timing)	Methode	Materiaal
<i>Inleiding</i> 11.15 – 11.20 3 technieken van ontbinden in factoren → zie bijlage 3	De leerkracht herhaalt mondeling de drie geziene technieken van het ontbinden in factoren. Hierna deelt ze de testen uit.	- Testen
<i>Midden</i> 11.20 – 12.00 Test (Bijlage 7)	De leerlingen maken de test.	- Testen
<i>Afronding:</i> 12.00 – 12.05	De leerkracht haalt de testen op en deelt te taken uit. Ze bedankt de leerlingen voor de lessen die ze in de klas mocht komen geven.	- Taken - Testen

inleiding les 1

Les 1

①

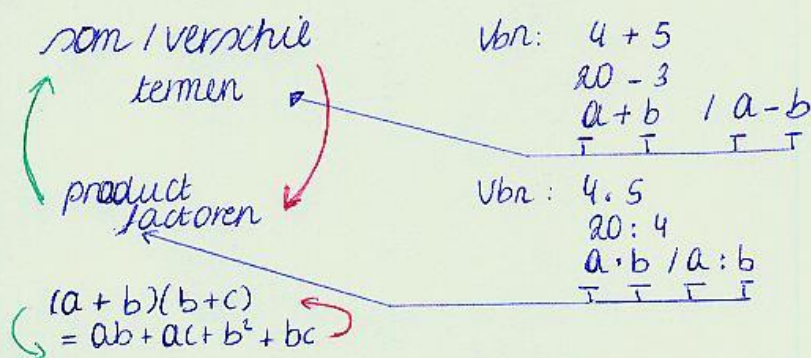
$$\begin{array}{l}
 20 \cdot (3a + 2c) \\
 4a^2 + 40b + b^2 \\
 35 \cdot (4a + 3b) + 6(9c) + 2b \\
 60a + 40c \\
 20(9a + b^2 - 3c^2) \\
 (-a^4 + b^6) \\
 (2a + b)^2 \\
 146a + 107b + 6c \\
 3a^2(4a - b^3) \\
 18a^2 + 20b^2 - 60c^2 \\
 (-a^2 - b^3)(a^2 - b^3) \\
 12a^2 - 30a^2b^3
 \end{array}$$

opening:

$$\begin{aligned}
 20(3a + 2c) &= 60a + 40c \\
 35(4a + 3b) + 6(a + c) + 2b &= 146a + 107b + 6c \\
 (2a + b)^2 &= 4a^2 + 40ab + b^2 \\
 3a^2(4a - b^3) &= 12a^3 - 3a^2b^3 \\
 20(9a + b^2 - 3c^2) &= 180a + 20b^2 - 60c^2 \\
 (-a^2 - b^3)(a^2 - b^3) &= -a^4 + b^6
 \end{aligned}$$

begrippen:

(2)



Een veelterm ontbinden in factoren betekent dat je de veelterm schrijft als een product van factoren.

voorbeeld: $10(x + y) = 10x + 10y$

techniek 1: Het afsonderen van de gemeenschappelijke factor

oefeningen:

voorbeelden

$$\sqrt{24}x^2 + \sqrt{6}x^3y = 2\sqrt{6}x^2 + \sqrt{6}x^2 \cdot xy$$
$$= \sqrt{6}x^2(2 + xy)$$

$$4x^2(x-1) + x-1 = 4x^2(x-1) + (x-1) \cdot 1$$
$$= (x-1)(4x^2 + 1)$$

Übungen: (47) 2, 3, 4, 5, 6, 7 (extra: 8, 9, 10)
 (48) 1 (2 extra)

3

Üb 47

$$1) \sqrt{3}x + 2\sqrt{3}y = \sqrt{3}x + \sqrt{3} \cdot 2y \\ = \sqrt{3}(x + 2y)$$

$$4) a \cdot (a+2) + 5(a+2) = (a+2)(a+5)$$

namen

$$2) \sqrt{7}x - \sqrt{7} = \sqrt{7}(x-1)$$

$$3) \sqrt{18}xyz + \sqrt{32}x^2y^2z^2 = \sqrt{2}\sqrt{9}xyz + \sqrt{2}\sqrt{16}xyz \cdot xyz \\ = \sqrt{2}xyz(3 + 4xyz)$$

$$5) 4a(3a-2) - 3b(3a-2) = (3a-2)(4a-3b)$$

$$6) (x+4)(x+1) + 5(x+1) = (x+1)((x+4)+5) \\ = (x+1)(x+9)$$

$$7) (3a-1)(3a+4) + (3a+4)(a-4) \\ = (3a+4)((3a-1)+(a-4)) \\ = (3a+4)(3a-1+a-4) \\ = (3a+4)(4a-5)$$

extra

$$8) (y+3)(x+1) - (2y-5)(x+1) = (x+1)(8-y)$$

$$9) 2(x+1) - (x+1)^2 = (x+1)(1-x)$$

$$10) x-y-4(x-y) = -3(x-y)$$

Üb 48

$$1) \text{geg: } x^2 - y^2 = \sqrt{8} \\ x - y = \sqrt{2}$$

$$\text{ges: } x+y$$

$$\text{formel: } x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$$

$$\sqrt{8} = \sqrt{2} \cdot (x+y)$$

$$(x+y) = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$$

(4)

2) geg: $9x^2 + 6xy + y^2 = 12$

gev: $3x + y$

oplossing: $9x^2 + 6xy + y^2 = (3x + y)^2$
 $= 12$

$$3x + y = -\sqrt{12} \text{ of } \sqrt{12}$$

$$= -2\sqrt{3} \text{ of } 2\sqrt{3}$$

techniek 2: Ontbinden in factoren door gebruik te maken van merkwaardige producten

toegevoegde tweeterm: $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$

kwadraat van tweeterm: $A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2$
 $A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2$

Voorbeelden:

$$\begin{aligned} * 4x^2 - 11 &= (2x)^2 - (\sqrt{11})^2 \\ &= (2x - \sqrt{11})(2x + \sqrt{11}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * 16a^4 - (a^2 - b)^2 &= (4a^2)^2 - (a^2 - b)^2 \\ &= (4a^2 + a^2 - b)(4a^2 - a^2 + b) \\ &= (5a^2 - b)(3a^2 + b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * 25x^2 + 10xy + y^2 &= (5x)^2 + 2 \cdot 5 \cdot xy + y^2 \\ &= (5x + y)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * x^2y^4 - 4xy^2z^3 + 4z^6 &= (xy^2)^2 - 2xy^2 \cdot 2z^3 + (2z^3)^2 \\ &= (xy^2 - 2z^3)^2 \end{aligned}$$

Bedeut: 2 technieken

techniek 1: Ontbinden in factoren door gemeenschappelijke factoren af te zonderen

techniek 2: Ontbinden in factoren door gebruik te maken van merkwaardige producten

Les 2

①

begrippen

Een veelterm ontbinden in factoren betekent dat je de veelterm schrijft als een product van factoren.

technieken: techniek 1: Ontbinden in factoren door gemeenschappelijke factoren af te zonderen.

techniek 2: Ontbinden in factoren door gebruik te maken van merkwaardige producten.

* afgeleegde tweeterm

$$A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$$

* kwadraat van een tweeterm

$$A^2 + 2AB + B^2 = (A+B)^2$$

$$A^2 - 2AB + B^2 = (A-B)^2$$

oefeningen

oef 49

samen maken:

$$\textcircled{1} x^2 - 3 = (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$$

$$\textcircled{7} 4x^2 + 20xy + 25y^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot xy + (5y)^2 \\ = (2x + 5y)^2$$

de klas maakt: 2, 3, 4, 6, 8
extra (5, 9, 10)

$$\textcircled{2} 9a^6 - 8 = (3a^3)^2 - (\sqrt{8})^2 \\ = (3a^3 - \sqrt{8})(3a^3 + \sqrt{8}) = (3a^3 - 2\sqrt{2})(3a^3 + 2\sqrt{2})$$

$$\textcircled{3} 16x^4 - 25 = (4x^2)^2 - 5^2 \\ = (4x^2 - 5)(4x^2 + 5) \\ = (2x - \sqrt{5})(2x + \sqrt{5})(4x^2 + 5)$$

(2)

$$\begin{aligned}
 ④ \quad (x-3y)^2 - 9y^2 &= (x-3y)^2 - (3y)^2 \\
 &= (x-3y-3y)(x-3y+3y) \\
 &= x(x-6y)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 ⑥ \quad 9a^2 - 30ab + 25b^2 &= (3a)^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5ab + (5b)^2 \\
 &= (3a-5b)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 ⑧ \quad 2x^2 + 12xy + 18y^2 &= 2x^2 + 2 \cdot 6xy + 2 \cdot 9y^2 \\
 &= 2(x^2 + 6xy + 9y^2) \\
 &= 2(x^2 + 2 \cdot 3 \cdot xy + (3y)^2) \\
 &= 2(x+3y)^2
 \end{aligned}$$

extra

$$\begin{aligned}
 ⑤ \quad x^2 - (2x+y)^2 &= (x-2x-y)(x+2x+y) \\
 &= (-x-y)(3x+y) = -(x+y)(3x+y)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 ⑨ \quad 5t^2 + 2\sqrt{10}t + 2 &= (\sqrt{5}t)^2 + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{10}t + (\sqrt{2})^2 \\
 &= (\sqrt{5}t + \sqrt{2})^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 ⑩ \quad 6x^2 - 2\sqrt{6}xy^3 + y^6 &= (\sqrt{6}x)^2 - 2 \cdot \sqrt{6}x \cdot y^3 + (y^3)^2 \\
 &= (\sqrt{6}x - y^3)^2
 \end{aligned}$$

alt 50

namen:

$$\begin{aligned}
 1) \quad a) \quad \sqrt{2}x + 2x &= \sqrt{2}x + \sqrt{2}\sqrt{2}x \\
 &= \sqrt{2}x(1+\sqrt{2})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b) \quad \sqrt{2}y + 2y &= \sqrt{2}y + \sqrt{2}\sqrt{2}y \\
 &= \sqrt{2}y(1+\sqrt{2})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad &\cancel{\text{geg: } \sqrt{2}x + 2x + \sqrt{2}y + 2y = 3\sqrt{2} + 6} \\
 &\cancel{\text{geg: } x+y} \\
 &\cancel{\text{geg: } \sqrt{2}x + \sqrt{2}\sqrt{2}x + \sqrt{2}y + \sqrt{2}\sqrt{2}y} = \sqrt{2}(1+\sqrt{2})(\sqrt{2}x + \sqrt{2}y) \\
 &= \sqrt{2}x(1+\sqrt{2}) + \sqrt{2}y(1+\sqrt{2}) = \sqrt{2}(1+\sqrt{2})(x+y)
 \end{aligned}$$

we gaan de 2 gekende technieken samen gebruiken

③

$$\begin{aligned}4x^4 - 144 &= 4x^4 - 4 \cdot 36 \\&= 4(x^4 - 36) \\&= 4(x^4 - 6^2) \\&= 4(x^2 - 6)(x + 6) \\&= 4(x - \sqrt{6})(x + \sqrt{6})(x + 6)\end{aligned}$$

techniek 3

$$\begin{aligned}ax + by + bx + ay \\&= a(x+y) + b(x+y) \\&= (x+y)(a+b)\end{aligned}$$

d.

$$\begin{aligned}ax + by + bx + ay \\&= x(a+b) + y(a+b) \\&= (x+y)(a+b)\end{aligned}$$

techniek 3: Ontbinden in factoren door groeperen van termen.
→ dit kan op verschillende manieren

zelf maken: $4x^4 - 4x^3 - 9x + 9$

$$2x - 2y - xz + yz$$

→ extra: zoek een andere manier om deze uitdrukking op te lossen

verbetering: $4x^4 - 4x^3 - 9x + 9$

$$\begin{aligned}&= 4x^3 \cdot x - 4x^3 - 9x + 9 \\&= 4x^3(x-1) - 9(x-1) \\&= (x-1)(4x^3-9)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2x - 2y - xz + yz \\&= 2(x-y) - z(x-y) \\&= (2-z)(x-y)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2x - 2y - xz + yz \\&= x(2-z) - y(2-z) \\&= (2-z)(x-y)\end{aligned}$$

technieken:

④

techniek 1: Ontbinden in factoren door gemeenschappelijke factoren af te zonderen.

techniek 2: Ontbinden in factoren door gebruik te maken van merkwaardige producten.

techniek 3: Ontbinden in factoren door groeperen van termen.

afronddende oefening (indien er voldoende tijd rest)

(oef 50) 2)

geg: $\sqrt{2}x + 2x + \sqrt{2}y + 2y = 3\sqrt{2} + 6$

gev: $x + y$

oplossing: $\sqrt{2}x + 2x + \sqrt{2}y + 2y = 3\sqrt{2} + 6$
 $= 3\sqrt{2} + 3 \cdot 2$

$\Downarrow$

$$\sqrt{2}(x+y) + 2(x+y) = 3(\sqrt{2} + 2)$$

$\Downarrow$

$$(x+y)(\sqrt{2} + 2) = 3(\sqrt{2} + 2)$$

$\Downarrow$

$$x+y = \frac{3(\sqrt{2} + 2)}{(\sqrt{2} + 2)} = 3$$

Les 3

①

3 technieken

techniek 1: Ontbinden in factoren door gemeenschappelijke factoren af te zonderen.

techniek 2: Ontbinden in factoren door gebruik te maken van merkwaardige producten.

techniek 3: Ontbinden in factoren door groeperen van termen.

techniek 3 inoefenen

oef 5.1

$$\text{samenvatting: } 1) \underline{ax + a} + \underline{bx + b} = a(x+1) + b(x+1) \\ = (a+b)(x+1)$$

oefeningen: 2, 3, 4, 5, 6, 7
extra: 8, 9, 10

$$\text{Verbetering: } 2) \underline{3a - 3b} + \underline{ax - bx} = a(2+4b) + b(1+2b) \\ = 2a(1+2b) + b(1+2b) \\ = (1+2b)(2a+b)$$

$$3) \underline{2a + b} + \underline{4ab + 2b^2} = 2a(1+2b) + b(1+2b) \\ = (2a+b)(1+2b)$$

$$4) \underline{xy - yz} + \underline{xz + zt} = y(x-z) + z(x+z) \\ = (y+z)(x-z)$$

$$5) \underline{1 - x} - \underline{xy + y} = 1+y - x(1+y) \\ = (1+y)(1-x)$$

$$6) \underline{x^3 + 2x^2 + 9x + 18} = \underline{x^2 \cdot x + 2x^2} + \underline{9x + 9 \cdot 2} \\ = x^2(x+2) + 9(x+2) \\ = (x+2)(x^2+9)$$

$$7) \underline{x^3 + y^3} + \underline{x^2 y^2 + xy} = \underline{x^2 x + x^2 y^2} + \underline{y \cdot y^2 + x \cdot y} \\ = x^2(x+y^2) + y(y^2+x) \\ = (x^2+y)(x+y^2)$$

$$8) \underline{\sqrt{3} - x} - \underline{xy^2 + \sqrt{3} y^2} = \sqrt{3}(1+y^2) - x(1+y^2) \\ = (\sqrt{3} - x)(1+y^2)$$

$$9) 1 - 4a + 5a^2 - 20a^3 = (1 - 4a) + 5a^2 - 4 \cdot 5 \cdot a^2 \cdot a \quad (2)$$

$$= (1 - 4a) + 5a^2(1 - 4a)$$

$$= (1 - 4a)(1 + 5a^2)$$

$$10) a^2 - 6b - 3ab + 2a = \underline{a} \cdot \underline{a} - \underline{2 \cdot 3 \cdot b} - \underline{3ab} + \underline{2a}$$

$$= a(a+2) - 3b(2+a)$$

$$= (a - 3b)(a + 2)$$

algemene werkwijze voor het ontbinden in factoren

1. gemeenschappelijke factoren afnemen

2. $A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$

3. $A^2 + 2AB + B^2 = (A+B)^2$

$A^2 - 2AB + B^2 = (A-B)^2$

4. Als een veelterm meer dan 3 termen bevat,

probeer dan termen te groeperen om een gemeenschappelijke factor zichtbaar te maken

5. Ontbind steeds zo ver mogelijk.

Bolten dicht (voorbeelden)

$$-x^5 - 4x^3 - 4x$$

$$= -x(x^4 + 4x^2 + 4)$$

$$= -x((x^2)^2 + 2 \cdot 2x^2 + 2^2)$$

$$= -x(x^2 + 2)^2$$

①
②
③

$$25x^2 - 40xy + 16y^2 - 25z^2$$

$$= 25(x^2 - z^2) - 4y(10x - 4y)$$

$$= 25(x-z)(x+z) - 4y(10x - 4y)$$

Oefeningen

③

Oef 52 1, 2, 3, 6, 7, 8, 5

Oef 53 → namen

extra: Oef 52 ~~1, 2, 3, 6, 7, 8, 5~~

$$8p^2 - 32q^2$$

$$\begin{pmatrix} -25x^2 - 10xy - y^2 \\ 2x^4 - 32 \\ 12p^3 + 12p^2q^2 + 3pq^4 \\ 20x^4y^3 - 5x^2y^7 \end{pmatrix} \text{ taak}$$

Verbetering

Oef 52 1) $4a^2 - 16a^2b^2 = 4a^2(1 - 4b^2)$

$$= 4a^2(1 - 2b)(1 + 2b)$$

2) $x^3 + bx^2 - a^2x - a^2b = x^2(x+b) - a^2(x+b)$

$$= (x^2 - a^2)(x+b)$$

$$= (x-a)(x+a)(x+b)$$

3) $x^2 - (x+y+2)^2 = (x - (x+y+2))(x + (x+y+2))$

$$= (-y-2)(2x+y+2)$$

$$= -(y+2)(2x+y+2)$$

6) $16 - x^8 = 4^2 - (x^4)^2$

$$= (4 - x^4)(4 + x^4)$$

$$= (2^2 - (x^2)^2)(4 + x^4)$$

$$= (2 - x^2)(2 + x^2)(4 + x^4)$$

$$= (\sqrt{2} - x)(\sqrt{2} + x)(2 + x^2)(4 + x^4)$$

7) $(x^2+1)(x+2) - (x+1)(x+2)$

$$= (x+2)(x^2+1 - x - 1)$$

$$= (x+2)(x^2 - x)$$

$$= (x+2)x(x-1)$$

(extra) 8) $(x-y^2)^2 - (x^2+y^2)^2$

$$= [(x-y^2) + (x^2+y^2)][(x-y^2) - (x^2+y^2)]$$

$$= (x - y^2 + x^2 + y^2)(x - y^2 - x^2 - y^2)$$

$$= (x + x^2)(x - 2y^2 - x^2)$$

$$= x(x+1)(x - 2y^2 - x^2)$$

$$\begin{aligned}
 5) -18xy + 3 + 27x^2y^2 &= 3(-6xy + 1 + 9x^2y^2) \\
 &= 3(3xy)^2 - 2 \cdot 1 \cdot 3xy + 1^2 \\
 &= 3(3xy - 1)^2
 \end{aligned}$$

④

$$\begin{aligned}
 \text{Oef 53) } a^2 + a - b^2 - b &= a - b + (a^2 - b^2) \\
 &= (a - b) + (a + b)(a - b) \\
 &= (a - b)(1 + a + b)
 \end{aligned}$$

⑤

$$\begin{aligned}
 \text{extra: } 8p^2 - 32q^2 &= 8(p^2 - 4q^2) \\
 &= 8(p^2 - (2q)^2) \\
 &= 8(p + 2q)(p - 2q)
 \end{aligned}$$

taak tegen de volgende lus:

$$\begin{aligned}
 -25x^2 - 10xy - y^2 &= -(25x^2 + 10xy + y^2) \\
 &= -(5x)^2 + 2 \cdot 5 \cdot 1 \cdot xy + y^2 \\
 &= -(5x + y)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 12p^3 + 12p^2q^2 + 3pq^4 &= 3(4p^3 + 4p^2q^2 + pq^4) \\
 &= 3p(4p^2 + 4pq^2 + q^4) \\
 &= 3p((2p)^2 + 2 \cdot 2pq^2 + (q^2)^2) \\
 &= 3p(2p + q^2)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 20x^4y^3 - 5x^2y^7 &= 5(4x^4y^3 - x^2y^7) \\
 &= 5x^2(4x^2y^3 - y^7) \\
 &= 5x^2y^3(4x^2 - y^4) \\
 &= 5x^2y^3((2x)^2 - (y^2)^2) \\
 &= 5x^2y^3(2x + y^2)(2x - y^2)
 \end{aligned}$$

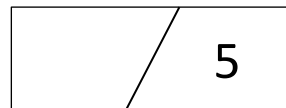
Bijlage 4: taak ontbinden in factoren

Naam:

Nummer:.....

Klas: 3WEb

Datum:.....



Ontbind onderstaande veeltermen in factoren volgens de algemene werkwijze.

① $-25x^2 - 10xy - y^2$ =

.....

.....

.....

/1,5

② $20x^4y^3 - 5x^2y^7$ =

.....

.....

.....

/1,5

③ $12p^3 + 12p^2q^2 + 3pq^4$ =

.....

.....

.....

/2

Les 4 + 5

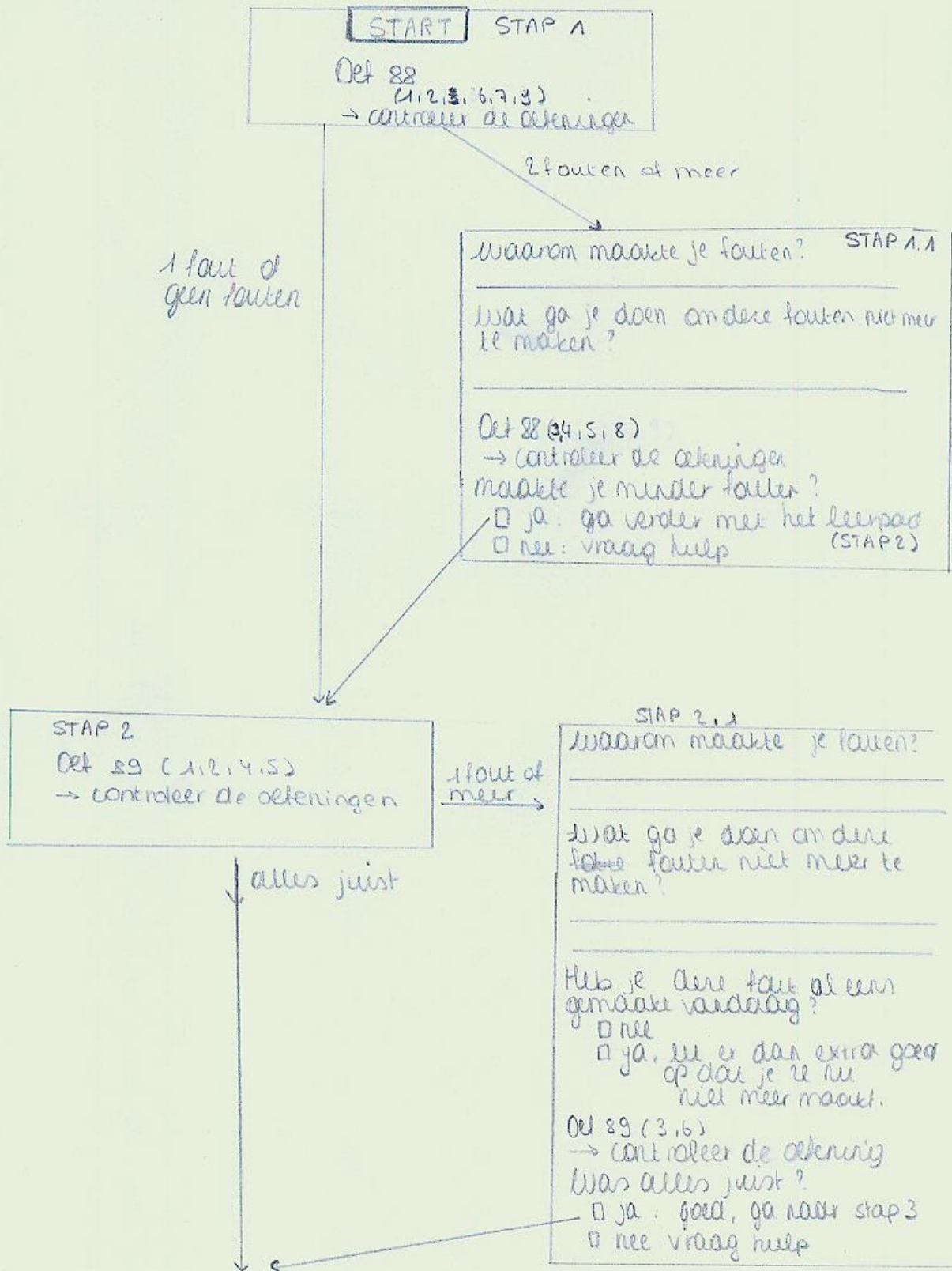
①

inleiding leerpad

- * start aan het begin van het leerpad
- * volg na elke stap de instructies
- * vul de foutenanalyse goed in en gebruik deze om ⁱⁿ de volgende oefeningen minder fouten te maken.
 - Als je te rap werkt probeer ~~de~~ ~~volger~~ in de volgende oefeningen trager te werken.
 - Als je fouten maakt omdat je alles in 1 maal wil doen ~~#~~ moet je in de volgende oefeningen meer tussenstappen schrijven
- * controleer oefeningen pas als je ze gemaakt heb. Hou jezelf niet voor gek, dit is het moment om goed te oefenen voor de test.
- * Hou je steeds aan de aangeleerde technieken en de algeme werkwijze voor het ontbinden van veeltermen in factoren.

leerpad

②



STAP 3

Ga naar oef 90 en lees de vraag.

Hoe groot is de oppervlakte van de rechthoek die bestaat uit het blauwe en het gele gedeelte?

$$(2x+11)(2x+4)$$

Hoe groot is de oppervlakte van de gele rechthoek?

$$4 \cdot 11$$

Hoe groot is enkel de blauwe rand, zonder de gele rechthoek?

$$(2x+11)(2x+4) - 4 \cdot 11$$

Ontbind dit in factoren

$$2x(2x+15)$$

→ controleer in je handboek
maak verder

Oef (2) en controleer de afkorting

Wat vond je van deze
oefeningen?

ik zou dit graag nog
extra oefenen

Voor mij mag het wat
moeilijker

neem de inoeten-
bundel

neem de verdieping-
bundel

STAP 4

Ontbind onderstaande veeltermen in factoren

a) $16x^2 + y^2 - 8xy$

b) $x^4 + 1 - 2x^2$

c) $12x^3 + 36x^2 + 27x$

d) $(2-b)^2 - a^2$

e) $x^6 - x^4 - 4x^2 + 4$

→ controleer de afrekeningen aan de hand van de oplossing op het einde van de bundel.

2 fouten of meer

of 1 fout
minder

Verbeter de fout

Waarom maakte je STAP 4.1 fouten?

Heb je deze fout al eerder gemaakt?

☐ ja

☐ nee

→ Wat ga je doen om geen fouten van deze vorm meer te maken?

Ontbind onderstaande veeltermen in factoren

1) $4a^2 - 9b^2 =$

2) $8b^2 + 18a^2 + 14ab =$

3) $(3x+1)^2 - 9y^2 =$

STAP 5

Ontbind zo ver mogelijk in factoren

a) $8p^2 - 32q^2$

b) $12p^3 + 12p^2q$

c) $10x^4y^3 + 5x^2y^7$

→ controleer met de
Verebetersteutel (dit zou geen probleem mogen zijn)

STAP 6

Oef 91 ①

Oef 92 ① ③ ⑤ ⑥ ⑧

Oef 102 ② ③ ⑤

→ controleer de oeffeningen

↓ minder dan
3 fouten

↓ meer dan 3 fouten

Ga na waar je fouten
liggen. Maak daarna
de extra oeffeningen

STAP 6.1

Oef 91 ②

Oef 92 ② ④

Oef 102 ② ④

→ controleer
→ als je de rest de fouten
blijft maken vraag je
hulp.

Als je nog extra wilt
oefenen:

STAP 7

a) $x^2 + 8xy + x + y$

b) $3a^2 + 9ab + 6ax + 6bx$

c) $x^2(x^2 - 5) - 4(x^2 - 5)$

d) $4x - 8a + x^2$

Neem daarna de bundel met extra opdrachten

uitbreidingsbundel

6

STAP 4

Oef 91 2

Oef 92 4, 7, 8

Oef 102 5, 6, 7

→ controleer

? 1 of geen
fouten

2 of
meer dan 2 fouten

Ga na waarom je de fouten
maakt en wat je goed
doet om deze fouten
in de toekomst niet
meer te maken.

STAP 4.1

Oef 91 3

Oef 92 9, 10

Oef 102 8, 9

→ controleer

STAP 5

Oef 90 3, 4

→ controleer

STAP 6

Vraag de bundel met
extra oefeningen

extra oefeningen

⑦

Opgaven: de oefeningen extra uitslagingsopdrachten

oefeningen

8

Oef 88

$$\begin{aligned} 1) \quad 4x^5 + 12x^4 &= \underline{4x^4}x + \underline{4 \cdot 3} \cdot \underline{x^4} \\ &= 4x^4(x+3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad x^3y^2 + 2xy^3 - 3xy &= \underline{x} \cdot \underline{x^2} \cdot \underline{y} \cdot \underline{y} + \underline{2x} \cdot \underline{y^2} - \underline{3xy} \\ &= xy(x^2y + 2y^2 - 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad \sqrt{6}x^2 + \sqrt{2} &= \sqrt{3}\sqrt{2}x^2 + \sqrt{2} \\ &= \sqrt{2}(\sqrt{3}x^2 + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad \sqrt{14}a^2b^2 + \sqrt{21}a^2b - \sqrt{35}a^3b \\ &= \sqrt{2}\sqrt{7}a^2b \cdot b + \sqrt{3}\sqrt{7}a^2b - \sqrt{5}\sqrt{7}a^3b \\ &= \sqrt{7}a^2b(\sqrt{2}b + \sqrt{3} - \sqrt{5}a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5) \quad 4x^3 - 36x^2 + 81x &= \underline{4x}x^2 - \underline{36x}x + \underline{81x} \\ &= x(4x^2 - 36x + 81) \\ &= x((2x)^2 - 2 \cdot 9 \cdot 2x + 9^2) \\ &= x(2x - 9)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6) \quad 18a^2 - 32b^2 &= \underline{2 \cdot 9}a^2 - \underline{16 \cdot 2}b^2 \\ &= 2(9a^2 - 16b^2) \\ &= 2(3a + 4b)(3a - 4b) \end{aligned}$$

$$7) \quad 2(x+y) + x(x+y) = (x+y)(2+x)$$

$$\begin{aligned} 8) \quad (2x-3)^2 + x(2x-3) &= (2x-3)(2x-3) + x(2x-3) \\ &= (2x-3)(2x-3+x) \\ &= (2x-3)(3x-3) \\ &= 3(2x-3)(x-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9) \quad (a-3b)(2a+1) + (a-3b)(a^2-1) \\ &= (a-3b)(2a+1+a^2-1) \\ &= (a-3b)(2a+a^2) \\ &= (a-3b)(2a+a \cdot a) \\ &= a(a-3b)(2+a) \end{aligned}$$

Qet 89

9

$$\begin{aligned} 1) \underline{12} + \underline{8x} + \underline{2xy} + \underline{3y} &= \underline{3 \cdot 4} + \underline{2 \cdot 4x} + \underline{2xy} + \underline{3y} \\ &= 3(\underline{4+y}) + 2x(\underline{4+y}) \\ &= (4+y)(3+2x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \underline{a^2b} - \underline{2ab} + \underline{a} - \underline{2} &= a \cdot \underline{ab} - \underline{2ab} + \underline{a} - \underline{2} \\ &= ab(\underline{a-2}) + (\underline{a-2}) \\ &= (ab+1)(a-2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \underline{ax^2} + \underline{bx^2} + \underline{2a} + \underline{2b} &= x^2(\underline{a+b}) + 2(\underline{a+b}) \\ &= (a+b)(x^2+2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \underline{ac^2} + \underline{bd^2} - \underline{ad^2} - \underline{bc^2} &= a(\underline{c^2-d^2}) - b(\underline{c^2-d^2}) \\ &= (a-b)(\underline{c^2-d^2}) \\ &= (a-b)(c-d)(c+d) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5) \underline{9xy} + \underline{3y^2} - \underline{x^2y} - \underline{3x^3} &= 3 \cdot \underline{3xy} + \underline{3y \cdot y} - \underline{x^2y} - \underline{3x^2x} \\ &= 3y(\underline{3x+y}) - x^2(\underline{3x+y}) \\ &= (3x+y)(3y-x^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6) \underline{\sqrt{2}} - \underline{xy} + \underline{\sqrt{2}y} - \underline{2x} &= \underline{2\sqrt{2}} - \underline{xy} + \underline{\sqrt{2}y} - \underline{2x} \\ &= 2(\underline{\sqrt{2}-x}) + y(\underline{\sqrt{2}-x}) \\ &= (\sqrt{2}-x)(2+y) \end{aligned}$$

Qet 90

$$\begin{aligned} 1) (\underline{2x+11})(\underline{2x+4}) - (\underline{4 \cdot 11}) &= 4x^2 + 8x + 22x + 44 - 44 \\ &= 4x^2 + 8x + 22x \\ &= 4x^2 + 30x \\ &= 2 \cdot \underline{2x^2} + \underline{2 \cdot 15x} \\ &= 2x(2x+15) \end{aligned}$$

$$2) (\underline{2x})^2 - \underline{\pi x^2} = x^2(\underline{4-\pi})$$

$$\begin{aligned} 3) \underline{\pi \cdot (x+4)^2} - \underline{\pi \cdot 16} &= \pi[(\underline{x+4})^2 - \underline{16}] \\ &= \pi(\underline{x^2+8x+16} - 16) \\ &= \pi(\underline{x^2+8x}) \\ &= \pi x(\underline{x+8}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \underline{\pi \cdot x^2} - \underline{\sqrt{2}x^2} &= \pi \cdot \underline{x^2} - \underline{2x^2} \\ &= x^2(\underline{\pi-2}) \end{aligned}$$

Oct 91

10

$$1) \underline{a} + \underline{b} + \underline{c} + 3\underline{a}^2 + 3\underline{a}\underline{b} + 3\underline{a}\underline{c} = a(1+3a) + b(1+3a) + c(1+3a) \\ = (1+3a)(a+b+c)$$

$$2) \underline{x}^2 + 2\underline{x}\underline{y} + 3\underline{x}\underline{z} - 4\underline{x} - 8\underline{y} - 12\underline{z} = x(x-4) + 2y(2x-8) \\ + 3z(3x-12) \\ = x(x-4) + 2y(x-4) + 3z(x-4) \\ = (x-4)(x+2y+3z)$$

$$3) 2x^5 + x^4y + 4x^3y^2 + -2x^2y - xy^2 - 4y^3 \\ = 2x^2(x^3-y) + xy(x^3-y) + 4y^2(x^3-y) \\ = (x^3-y)(2x^2+xy+4y^2)$$

$$4) x^2 + y^2 - z^2 - t^2 + 2xy + 2zt = (x^2 + 2xy + y^2) - (z^2 - 2zt + t^2) \\ = (x+y)^2 - (z-t)^2 \\ = [(x+y) + (z-t)][(x+y) - (z-t)] \\ = (x+y+z-t)(x+y-z+t)$$

Oct 92

$$1) \sqrt{27}x^2 + \sqrt{8}y^2 = 3\sqrt{3}x^2 + 2\sqrt{2}y^2 \\ = 3(\sqrt{3}x^2 + \sqrt{2}y^2)$$

$$2) 25x^2 - 16y^2 + 5x + 4y = (5x)^2 - (4y)^2 + (5x+4y) \\ = (5x-4y)(5x+4y) + (5x+4y) \\ = (5x+4y)(5x-4y+1)$$

$$3) x^4 - 2x^2y^2 + y^4 = (x^2)^2 - 2x^2y^2 + (y^2)^2 \\ = (x^2 - y^2)^2 \\ = [(x-y)(x+y)]^2$$

$$4) \frac{5}{4}x^3y + \frac{5}{9}xy^3 - \frac{5}{3}x^2y^2 = 5\left(\frac{x^3y}{4} + \frac{xy^3}{9} - \frac{x^2y^2}{3}\right) \\ = 5xy\left(\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{xy}{3}\right) \\ = 5xy\left(\left(\frac{x}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}xy + \left(\frac{y}{3}\right)^2\right) \\ = 5xy\left(\frac{x}{2} - \frac{y}{3}\right)^2$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{5) \quad} \frac{3}{4}x^2 - \frac{4}{3}y^2 &= \frac{9}{12}x^2 - \frac{16}{12}y^2 \\
 &= \frac{1}{12}(3x)^2 - (4y)^2 \\
 &= \frac{1}{12}(3x+4y)(3x-4y)
 \end{aligned}$$

$$\textcircled{6) \quad} x^2(x^2-3x) + 3x(x^2-3x) = (x^2-3x)(x^2+3x)$$

$$\begin{aligned}
 7) \quad (x^2+8)(2x+3) - 6x(2x+3) + (2x+3) &= (2x+3)(x^2+8-6x+1) \\
 &= (2x+3)(x^2-6x+9) \\
 &= (2x+3)(x-3)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{8) \quad} 4x^2 + 4xy + y^2 + 2x + y &= (2x)^2 + 2 \cdot 2 \cdot xy + y^2 + (2x+y) \\
 &= (2x+y)^2 + (2x+y) \\
 &= (2x+y)(2x+y+1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 9) \quad 3x - y - 9x^2 + 6xy - y^2 &= (3x-y) - [(3x)^2 - 2 \cdot 3 \cdot xy + y^2] \\
 &= (3x-y) - (3x-y)^2 \\
 &= (3x-y)(1-3x-y)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 10) \quad \sqrt[3]{x^2}z - y^3 + xy^2z - \sqrt[3]{x}y^3 &= \sqrt[3]{x}(xz - y^3) - y^2(xz - y^3) \\
 &= \sqrt[3]{x}(xz - y^3)(\sqrt[3]{x} - y^2)
 \end{aligned}$$

Alt 102

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1) \quad} 2x^2 - 3xy + 12x - 18y &= 2x(x+6) - 3y(x+6) \\
 &= (x+6)(2x-3y)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad 121x^4 + 220x^2y + 100y^2 &= (11x^2)^2 + 2 \cdot 10 \cdot 11x^2y + (10y)^2 \\
 &= (11x^2 + 10y)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{3) \quad} (2x-1)^2 - 4(2x-1) + 4 &= (2x-1)(2x-1-4+4) \\
 &= (2x-1)(2x-1) \\
 &= (2x-1)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4) \quad x^2 + xz - yz - y^2 &= (x^2 - y^2) + z(x-y) \\
 &= (x+y)(x-y) + z(x-y) \\
 &= (x-y)(x+y+z)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{5) \quad} \sqrt{2}x^2 - \sqrt{72}xy + \sqrt{162}y^2 &= \sqrt{2}(x^2 - \sqrt{36}xy + \sqrt{81}y^2) \\
 &= \sqrt{2}(x^2 - 2 \cdot 3 \cdot xy + 9y^2) = \sqrt{2}(x-3y)^2
 \end{aligned}$$

$$6) 4 - a^2 - 2ax - x^2 = 4 - (a+x)^2 \\ = (2+a+x)(2-a-x)$$

$$7) x^2(x^2-5) - 4(x^2-5) = (x^2-5)(x^2-4) \\ = (x^2-5)(x+4)(x-4)$$

$$8) (x+y)^4 - y^4 = [(x+y)^2 + y^2][(x+y)^2 - y^2] \\ = [(x+y)^2 + y^2]x(x+y)$$

$$9) 4x - 8a + x^2 - 4ax + 4a^2 = 4(x-2a) + (x-2a)^2 \\ = (x-2a)(4-x+2a)$$

extra oefening 1 (MATRIX) - Ontbind zo ver mogelijk in factoren
 P. 193 (extra inoeten-
bundel)

$$a) 8p^2 - 32q^2 = 8p^2 - 8 \cdot 4q^2 \\ = 8(p^2 - (2q)^2) \\ = 8(p+2q)(p-2q)$$

$$b) -25x^2 - 10xy - y^2 = -(5x)^2 - 2 \cdot 5 \cdot x \cdot y - y^2 \\ = -(5x+y)^2$$

$$c) 2x^4 - 32 = 2(x^4 - 16) \\ = 2(x^2+4)(x^2-4) \\ = 2 \cdot (x^2+4)(x+2)(x-2)$$

$$d) 12p^3 + 12p^2q + 3pq^4 = 3p(4p^2 + 4pq + q^4)$$

$$e) 20x^4y^3 + 5x^2y^7 = 5x^2y^3(4x^2 + y^4)$$

extra inoeten technieken (extra inoetenbundel)

$$a) 16x^2 + y^2 - 8xy = (4x)^2 - 2 \cdot 4 \cdot xy + y^2 \\ = (4x-y)^2$$

$$b) 4a^2 - 9b^2 = (2a+3b)(2a-3b)$$

$$c) x^4 + 1 - 2x^2 = (x^2-1)^2 \\ = [(x+1)(x-1)]^2$$

$$d) 12x^3 + 36x^2 + 27x = 3x(4x^2 + 12x + 9) \\ = 3x(2x+3)^2$$

$$\begin{aligned} e) -3a + 3a^5 &= 3a(a^4 - 1) \\ &= 3a(a^2 + 1)(a^2 - 1) \\ &= 3a(a^2 + 1)(a + 1)(a - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f) 8b^2 + 18a^2 + 24ab &= 2(4b^2 + 9a^2 + 12ab) \\ &= 2(2b + 3a)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g) (2-b)^2 - a^2 &= [(2-b) + a][(2-b) - a] \\ &= (2-b+a)(2-b-a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h) (3x+1)^2 - 9y^2 &= [(3x+1) + 3y][(3x+1) - 3y] \\ &= (3x+1+3y)(3x+1-3y) \end{aligned}$$

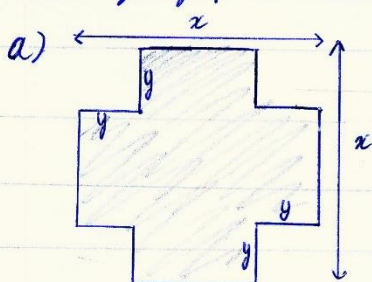
$$\begin{aligned} i) 3a^2 + 9ab + 2ax + 6bx &= (3a^2 + 9ab) + (2ax + 6bx) \\ &= 3a(a+3b) + 2x(a+3b) \\ &= (a+3b)(3a+2x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} j) x^2 + xy + x + y &= (x^2 + x) + (xy + y) \\ &= x(x+1) + y(x+1) \\ &= (x+1)(x+y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k) x^6 - x^4 - 4x^2 + 4 &= x^6 - (x^4 - 4x^2 + 4) \\ &= x^6 - (x^2 - 2)^2 \\ &= [x^3 + (x^2 - 2)][x^3 - x^2 + 2] \\ &= (x^3 + x^2 - 2)(x^3 - x^2 + 2) \end{aligned}$$

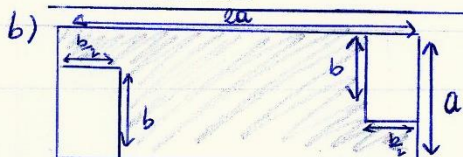
extra uitdagingopdrachten

oef 1



schrijf een formule voor de oppervlakte van het gekleurde deel. Noteer de formule als een product.

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$



$$\begin{aligned} a \cdot 2a - 2 \cdot b \cdot \frac{b}{2} &= 2a^2 - b^2 \\ &= (\sqrt{2}a)^2 - b^2 \\ &= (\sqrt{2}a + b)(\sqrt{2}a - b) \end{aligned}$$

oef 2 Als r_1 en r_2 de stralen zijn van 2 cirkels met hetzelfde middelpunt, dan is het verschil van de oppervlakten gelijk aan $\pi r_1^2 - \pi r_2^2$. 14

a) schrijf deze formule als een product van factoren

$$\begin{aligned}\pi r_1^2 - \pi r_2^2 &= \pi (r_1^2 - r_2^2) \\ &= \pi (r_1 + r_2)(r_1 - r_2)\end{aligned}$$

b) bereken het verschil van de oppervlakte van de twee cirkels op 1mm² nauwkeurig als je weet dat $r_1 = 7,5$ cm en $r_2 = 4,2$ cm. Vergeet geen antwoordunit te schrijven

$$\begin{aligned}\pi (r_1 + r_2)(r_1 - r_2) &= \pi \cdot (7,5 + 4,2)(7,5 - 4,2) \\ &= \pi \cdot 11,7 \cdot 3,3 \\ &= 121,30\end{aligned}$$

Antwoord: het verschil van de oppervlakte is 121,30 cm²

oef 3 Hoeveel is $\left(\frac{1999}{6}\right)^2 - \left(\frac{1997}{6}\right)^2$? A: $\frac{1}{9}$ B: $\frac{2}{3}$ C: 111
D: 222 E: 1332

$$\begin{aligned}\left(\frac{1999}{6}\right)^2 - \left(\frac{1997}{6}\right)^2 &= \left(\frac{1999}{6} + \frac{1997}{6}\right) \cdot \left(\frac{1999}{6} - \frac{1997}{6}\right) \\ &= \left(\frac{1999 + 1997}{6}\right) \cdot \left(\frac{1999 - 1997}{6}\right) \\ &= \left(\frac{3996}{6}\right) \cdot \left(\frac{2}{6}\right) \\ &= \left(\frac{1332}{6}\right) \\ &= 222 \quad \text{D}\end{aligned}$$

oef 4 Hoeveel van onderstaande voorbeelden van 'de gemeenschappelijke factor afzonderen' zijn juist?

* $x^3 - x^2 + x = x(x^2 - x)$

* $5x + 15 = 5(x + 10)$

* $-4x^2 + 5x = -x(4x + 5)$

* $x^{16} + x^4 = x^4(x^4 + 1)$

0 juiste voorbeelden

afronderende opdracht

15

Ontbind onderstaande veeltermen in factoren om de code te kraken.

$$* a^8 - 256b^8 = (a^4 + 16b^4)(a^2 + 4b^2)(a + 2b)(a - 2b)$$

het laatste ^{cijfer} ~~getal~~ in de oplossing $a = 2$

$$* 3x^2 - 12y^2 = 3(x^2 - 4y^2)$$

$$= 3(x + 2y)(x - 2y)$$

het eerste cijfer in de oplossing $b = 3$

$$* 128 - 160x + 50x^2 = 2(64 - 80x + 25x^2)$$

$$= 2(8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8x + (5x)^2)$$

$$= 2(8 - 5x)^2$$

het tweede cijfer in de oplossing $c = 8$

$$* 36xy + 18x^2 - 48y - 24x = 18 \cdot 2xy + 18x \cdot x - 24 \cdot 2y - 24x$$

$$= 18x(2y + x) - 24(2y + x)$$

$$= (18x - 24)(2y + x)$$

$$= 6(3x - 4)(32y + x)$$

het derde cijfer in de oplossing $d = 4$

De code = a, b, c, d 2, 3, 8, 4

probeer deze op de keuis

Leer-pad: inoefenen ontbinden in factoren

Benodigdheden:

- Handboek
- Deze bundel
 - Basistraject
 - Inoefen-bundel
 - Verdiepings-bundel
 - Extra oefeningen
- Pen
- Schrift

Algemene uitleg:

- Je volgt de instructies van het leer-pad. Je start bij stap 1 en gaat zo telkens verder.
- Bij de eerste stappen staan telkens een aantal vragen om gemaakte fouten te analyseren en om deze fouten in de toekomst te vermijden. Doe dit grondig, want dit helpt je extra voor te bereiden voor de test. Ook zal je merken dat dit later niet meer uitgeschreven is. Het is dan de bedoeling dat je deze foutenanalyse uitvoert zonder de extra vragen.
- Controleer pas je oefening als je alles hebt gemaakt van die stap. Bedrieg je zelf niet door over te schrijven.
- Als je vragen hebt die je zelf niet kan beantwoorden of kan opzoeken vraag je hulp aan de leerkracht.

START

STAP 1

Oef 88
(1,2,6,7,9)

Controleer de oefeningen

2 fouten of meer

STAP 1.1

Waarom maakte je fouten?

Wat ga je doen om deze fouten niet meer te maken?

Oef 88
(3,4,5,8)

Controleer de oefeningen

Maakte je minder fouten?

☐ Ja → ga verder met het leer-pad

1 fout of geen fouten

STAP 2

Oef 89
(1,2,4,5)

Controleer de oefeningen

1 fout of meer

Alles juist

STAP 2.1

Waarom maakte je fouten?

Wat ga je doen om deze fouten niet meer te maken?

Heb je deze fout eerder gemaakt in dit leer-pad?

☐ nee

☐ ja, let er dan extra goed op dat je deze fout niet meer maakt.

Oef 89
(3,6)

Controleer de oefeningen

Maakte je minder fouten?

☐ Ja → ga verder met het leer-pad

Ga naar STAP 3 op de volgende pagina.

STAP 3

Ga naar **Oef 90** (1) en lees de vraag.

Hoe groot is de oppervlakte van de rechthoek die bestaat uit het blauwe en gele gedeelte?

Hoe groot is de oppervlakte van de gele rechthoek?

Hoe groot is enkel de blauwe rand, zonder de gele driehoek?

Ontbind dit zo ver mogelijk in factoren.

Controleer in je handboek

Als het niet juist is, probeer het dan opnieuw, als dit nog steeds niet lukt vraag je hulp aan de leerkracht. Als

Wat vond je van deze oefeningen?



Ik wil graag nog meer oefenen op wat we net hebben gedaan voor ik verder ga.

Neem de **inoefen-bundel**

Ik wil graag wat moeilijkere oefeningen maken.

Neem de **verdiepings-bundel**

Inoefen-bundel

STAP 4

Ontbind onderstaande veeltermen zo ver mogelijk in factoren.

- a) $16x^2 + y^2 - 8xy$
- b) $X^4 + 1 - 2x^2$
- c) $12x^3 + 36x^2 + 27x$
- d) $(2-b)^2 - a^2$
- e) $X^6 - x^4 - 4x^2 + 4$

Controleer de oefeningen aan de hand van de oplossingen op het einde van de bundel.

1 fout of minder

2 fouten of meer

STAP 5

Ontbind zo ver mogelijk in factoren.

- a) $8p^2 - 32q^2$
- b) $12p^3 + 12p^2q$
- c) $20x^4y^3 + 5x^2y^7$

Controleer met de verbetersleutel.

Dit zou geen probleem mogen zijn, we hebben dit in de vorige stappen al geoefend. Als je toch nog te veel fouten maakt, vraag dan hulp aan een leerkracht

STAP 4.1

Waarom maakte je fouten?

Wat ga je doen om deze fouten niet meer te maken?

Heb je deze fout eerder gemaakt in dit leer-pad?

- ☐ nee
- ☐ ja, let er dan extra goed op dat je deze fout niet meer maakt.

Ontbind onderstaande veeltermen in factoren

- a) $4a^2 - 9b^2$
- b) $8b^2 + 18a^2 + 24ab$
- c) $(3x+1)^2 - 9y^2$

Controleer de oefeningen

Maakte je minder fouten?

- ☐ Ja → ga verder met het leer-pad

Ga naar stap 6 op de volgende

STAP 6

Oef 91 (1)

Oef 92 (1,3,5,6,8)

Oef 102 (1,2,5)

Controleer de oefeningen

Meer dan 3 fouten

STAP 6.1

Ga na waar je fouten liggen. Maak daarna de extra oefeningen.

Oef 91 (2)

Oef 92 (2,4)

Oef 102 (2,4)

Controleer de oefeningen. Als je dezelfde fouten blijft maken vraag
de docent

Minder dan 3
fouten

STAP 7

Als je nog extra wil oefenen:

- a) $X^2 + xy + x + y$
- b) $3a^2 + 9ab + 2ax + 6bx$
- c) $X^2(x^2-5) - 4(x^2 - 5)$
- d) $4x - 8a + x^2$

Controleer de oefeningen.

Neem daarna de bundel met de extra
ondrachten

Uitbreidings-bundel

STAP 4

Oef 91 (2)

Oef 92 (4,7,8)

Oef 102 (5,6,7)

Controleer de oefeningen.

2 of meer dan 2 fouten

1 of geen fouten

STAP 4.1

Ga na waarom je de fouten maakte en wat je gaat doen om deze fouten in de toekomst niet meer te maken.

Oef 91 (3)

Oef 92 (9,10)

Oef 102 (8,9)

STAP 5

Oef 90 (3,4)

Controleer de oefeningen

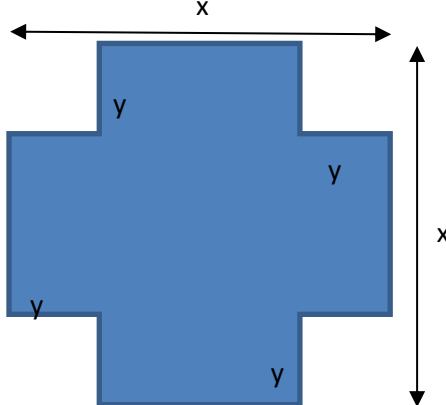
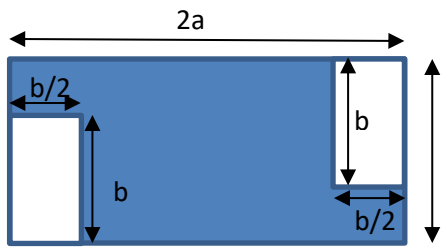
STAP 6

Neem de bundel met extra opdrachten.

Extra opdrachten

Oefening 1

Schrijf een formule voor de oppervlakte van het gekleurde deel. Noteer de formule als een product.

a 	
b 	

Oefening 2

Als r_1 en r_2 de stralen zijn van 2 cirkels met hetzelfde middelpunt, dan is het verschil van de oppervlakten gelijk aan $\pi r_1^2 - \pi r_2^2$.

- a) Schrijf deze formule als een product van factoren.

- b) Bereken het verschil van de oppervlakte van de twee cirkels op 1mm^2 nauwkeurig als je weet dat $r_1 = 7,5\text{ cm}$ en $r_2 = 4,2\text{ cm}$. Vergeet niet dat je een antwoordzin moet schrijven.

Oefening 3

Hoeveel is $\left(\frac{1999}{6}\right)^2 - \left(\frac{1997}{6}\right)^2$?

- A. $\frac{1}{9}$
- B. $\frac{2}{3}$
- C. 111
- D. 222
- E. 1332

Oefening 4

Hoeveel van onderstaande voorbeelden van 'de gemeenschappelijke factor afzonderen' zijn juist?

- $x^3 - x^2 + x = x(x^2 - x)$
- $5x + 15 = 5(x+10)$
- $-4x^2 + 5x = -x(4x+5)$
- $x^{16} + x^4 = x^4(x^4 + 1)$

Er zijn ____ juiste antwoorden.

Verbeteringen van opdrachten

Inoefenbundel

STAP 4

- a) $(4x - y)^2$
- b) $[(x + 1)(x - 1)]^2$
- c) $3x(2x + 3)^2$
- d) $(2 - b + a)(2 - b - a)$
- e) $(x^3 + x^2 - 2)(x^3 - x^2 + 2)$

STAP 4.1

- a) $(2a + 3b)(2a - 3b)$
- b) $2(2b + 3a)^2$
- c) $(3x + 1)^2 - 9y^2$

STAP 5

- a) $8(p + 2q)(p - 2q)$
- b) $3p(4p^2 + 4pq + q^4)$
- c) $5x^2y^3(4x^2 + y^4)$

STAP 7

- a) $(x + 1)(x + y)$
- b) $(a + 3b)(3a + 2x)$
- c) $(x^2 - 5)(x + 4)(x - 4)$
- d) $(x - 2a)(4 - x + 2a)$

Extra oefeningen

Oefening 1

- a) $(x+2y)(x-2y)$
- b) $(\sqrt{2}a + b)(\sqrt{2}a - b)$

Oefening 2

- a) $\pi(r_1 + r_2)(r_1 - r_2)$
- b) $121,30 \text{ cm}^2$

Oefening 3

D = 222

Oefening 4

Er zijn 0 voorbeelden juist.

Bijlage 7: Test ontbinden in factoren

Test: ontbinden in factoren

Naam: _____	Klas: 3Web
Datum: _____	Nummer: _____

15

1

Vraag 1: Definities

- a) *Vul aan:* Een _____ ontbinden in factoren betekent dat de veelterm schrijft als een _____.
- b) *Vul aan:* Techniek 2: Ontbinden in factoren door gebruik te maken van _____.

9

Vraag 1: Ontbind zo ver mogelijk in factoren

$$12x^2y^2 - 18xy^3 + 24x^3y =$$

$$x^3 - xy^2 =$$

$$9a^3b + 6a^2b^2 + 12ab^3 + 8b^4 =$$

$$x^5 - 16xy^4 =$$

$$\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{6}xy + \frac{1}{16}y^2 =$$

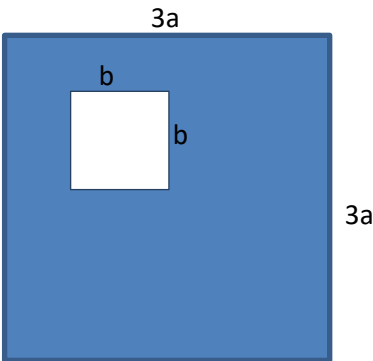
$$(x^2 - 1) + (x + 1) =$$

3

Vraag 2

a. Bepaal de formule voor de oppervlakte van het gekleurde deel van de figuur. Schrijf deze formule in factoren.

b. Bereken op 1mm² nauwkeurig wat de oppervlakte is van het gekleurde deel als je weet dat $a = 1,5$ cm en $b = 1$ cm.



2

Vraag 3: Bereken de getalwaarde van volgende lettervormen zonder x en y te berekenen, als je weet dat $x + y = 12$ en $x - y = 7$.

a) $x^2 + 2xy + y^2 =$

b) $x^2 - y^2 =$

1

BONUS:

$$\left(\frac{2003}{2}\right)^2 - \left(\frac{1997}{2}\right)^2$$

= _____

= _____

= _____

= _____

= _____

Test ontbinden in factoren

naam: _____

klas: _____

datum: _____

nummer: _____

1. Ontbind zo ver mogelijk in factoren10

$$(1.5) a) 12x^2y^2 - 18xy^3 + 24x^3y = 6xy(2xy - 3y^2 + 4x^2)$$

$$(1.5) b) x^3 - xy^2 = x(x^2 - y^2)$$

$$= x(x+y)(x-y)$$

$$(1.5) c) 9a^3b + 6a^2b^2 + 12ab^3 + 8b^4 = 3a^2b(3a + 2b) + 4b(3a + 2b)$$

$$= (3a + 2b)(3a^2b + 4b^3)$$

$$= b(3a + 2b)(3a^2 + 4b^2)$$

$$(1.5) d) x^5 - 16xy^4 = x(x^4 - 16y^4)$$

$$= x(x^2 + 4y^2)(x^2 - 4y^2)$$

$$= x(x^2 + 4y^2)(x + 2y)(x - 2y)$$

$$(2) e) \frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{6}xy + \frac{1}{16}y^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2x^2 - 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right)xy + \left(\frac{1}{4}\right)^2y^2$$

$$= \left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y\right)^2$$

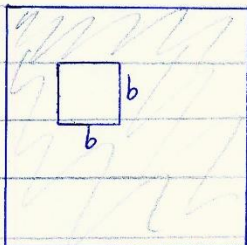
$$(2) f) (x^2 - 1) + (x + 1) = (x + 1)(x - 1) + (x + 1)$$

$$= (x + 1)(x - 1 + 1)$$

$$= (x + 1) \cdot x$$

2. a) Bepaal de formule voor de oppervlakte van het gekleurde deel3

van de figuur. Schrijf deze formule in factoren. ^{b)} Bereken op 1 mm² nauwkeurig wat de oppervlakte is van het gekleurde deel als je weet dat $a = 1,5$ cm en $b = 1$ cm.



$$a) A = (3a)^2 - b^2$$

$$= (3a + b)(3a - b)$$

$$b) A = (3 \cdot 1,5 \text{ cm} + 1 \text{ cm})(3 \cdot 1,5 \text{ cm} - 1 \text{ cm})$$

$$= (5,5 \text{ cm} - 1 \text{ cm})$$

$$= (4,5 \text{ cm} + 1 \text{ cm})(4,5 \text{ cm} - 1 \text{ cm})$$

$$= (3,5 \text{ cm})(3,5 \text{ cm}) = 12,25 \text{ cm}^2 + 2,75 \text{ cm}^2$$

$$= 15 \text{ cm}^2$$

3. Bereken de getalwaarde van volgende leutenommen zonder x en y te berekenen, als je weet dat $x+y=12$ en $x-y=7$ $\boxed{12}$

$$\begin{aligned} a) x^2 + 2x + y^2 &= (x+y)^2 \\ &= 12^2 \\ &= 144 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) x^2 - y^2 &= (x-y)(x+y) \\ &= 12 \cdot 7 \\ &= 84 \end{aligned}$$

BONUS:

$$\begin{aligned} \left(\frac{2003}{2}\right)^2 - \left(\frac{1997}{2}\right)^2 &= \left(\frac{2003}{2} + \frac{1997}{2}\right) \left(\frac{2003}{2} - \frac{1997}{2}\right) \\ &= \left(\frac{4000}{2}\right) \left(\frac{6}{2}\right) \\ &= 2000 \cdot 3 \\ &= 6000 \end{aligned}$$
 $\boxed{1}$